UNTERSUCHUNGEN

ÜBER

SELBSTINDUKTION UND KAPAZITÄT VON DRAHTSPULEN.

INAUGURAL-DISSERTATION

VERFASST

UND AM 18. DEZEMBER 1913

DER

NATURWISSENSCHAFTLICH-MATHEMATISCHEN

FAKULTÄT

DER

ALBERT-LUDWIG-UNIVERSITÄT IN FREIBURG I. BR.

VORGELEGT

VON

KARL SCHÄFER.

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

Einleitung.

Von den drei für die elektrodynamische Wirkung von Drahtspulen charakteristischen Größen Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität ist die letztgenannte, die Kapazität, bisher am wenigsten erforscht. Der Grund ist wohl der, daß die Kapazität der Drahtspulen, besonders der unifilaren, einlagigen, im allgemeinen sehr klein ist und neben den anderen in die Stromkreise etwa eingeschalteten Kapazitäten nur die Rolle einer Korrektionsgröße spielt.

Experimentell ist daher die Spulenkapazität bis vor kurzem mehr nur *gelegentlich* gemessen worden, so von Drude[1]), Dießelhorst[2]), Giebe[3]), Lindemann[4]). Erst in der neuesten Zeit haben Hüter[5]) und Rietz[6]) die Spulenkapazität zum Hauptgegenstand von Experimentaluntersuchungen gemacht. Hüter maß mit einer Bifilarbrücke die Kapazität von bifilar gewickelten Spulen verschiedener Länge, Rietz mit dem Pendelunterbrecher die Kapazität hauptsächlich von mehrlagigen Spulen. Die Versuche, die Rietz mit einer einlagigen unifilaren Spule anstellte, konnten nur über die Größenordnung ihrer Kapazität einen Anhalt geben.

Auf Vorschlag von Herrn Dr. Wallot habe ich es unternommen, die Kapazität von unifilaren einlagigen kernlosen Spulen mit elektrischen Wellen systematisch zu untersuchen.

Die von mir angewandte Meßmethode ist eine von Wallot[7]) angegebene. Man schaltet die zu untersuchenden Spulen in ein Paralleldrahtsystem ein, das eine Mal in die Nähe eines Knotens, das andere Mal in die Nähe eines Bauches der elektrischen Kraft, und bestimmt für beide Schaltungen nach der Resonanzmethode

---

[1]) P. Drude, Ann. d. Phys. **9**. p. 336. 1902.
[2]) H. Dießelhorst, Jahrb. d drahtl. Telegr. u. Teleph. **1**. p. 262. 1907.
[3]) E. Giebe, Zeitschr. f. Instr.-Kunde **31**. p. 6, 33. 1911.
[4]) R. Lindemann, Verh. d. Physik. Gesellsch. **12**. p. 572. 1910.
[5]) W. Hüter, Ann. d. Phys. **39**. p. 1350. 1912.
[6]) W. Rietz, Ann. d. Phys. **41**. p. 543. 1913.
[7]) J. Wallot, Ann. d. Phys. **30**. p. 495. 1909.

die Eigenperiode des aus den Spulen und den Drähten zusammengesetzten Systems. Bei der ersten Schaltung wirkt im wesentlichen die Selbstinduktion, bei der zweiten die Kapazität der Spulen; durch Kombination der beiden Versuche erhält man die Selbstinduktion und die Kapazität der Spulen von einander getrennt.

Bei dieser Meßmethode ergibt sich also nicht nur die Kapazität, sondern auch die Selbstinduktion der Spulen. Obgleich die Messung der Kapazität das ursprüngliche und Hauptziel der vorliegenden Arbeit war, so habe ich doch auf die Messung der Selbstinduktion dieselbe Sorgfalt verwandt. Denn durch einen Vergleich der gefundenen Selbstinduktionswerte mit der Theorie kann die Frage geprüft werden, ob die von mir angewandte Methode zu richtigen Resultaten führt. Daß die der Messung zugrunde gelegte elementare Theorie anwendbar ist, kann zwar an sich nach den früheren Untersuchungen von Wallot nicht zweifelhaft sein. Wohl aber ist es nicht sicher, ob aus der Selbstinduktion oder Kapazität zweier einander gegenüber mit Hilfe schmaler hölzerner Halter und kurzer verbindender Drahtstücke in ein Drahtsystem eingeschalteter Spulen ein Schluß gezogen werden darf auf die Selbstinduktion oder Kapazität einer einzelnen isolierten oder durch Drähte mit anderen Apparaten verbundenen Spule.

In der Tat ist die Abhängigkeit der Selbstinduktion meiner Doppelspulen von ihren Abmessungen in großen Zügen die von der Theorie für die einfachen Spulen gegebene; auch die gemessenen absoluten Werte weichen nicht stark von den theoretischen ab. Die Kapazität meiner Spulen dagegen hängt noch wesentlich vom Abstand der Paralleldrähte ab, in welche die Spulen eingeschaltet sind; die absoluten Werte der nach meinen Messungen berechneten Kapazitäten der Einzelspulen sind daher unsicher. Meine Zahlen geben jedoch einen guten Überblick über die Abhängigkeit der Kapazität von den einzelnen Spulenabmessungen.

Über den Einfluß der *Schwingungszahl* auf die Kapazität können meine Versuche natürlich nichts aussagen. Übrigens ist wohl anzunehmen, daß er nur gering ist[1]).

[1]) Vergl. z. B. G. Mie, Ann. d. Phys. **2**. p. 224. 1900; W. Lenz, ebenda **37**. p. 965. 1912; R. Lindemann, l. c. p. 578.

§ 1. Versuchsanordnung.

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 1 schematisch im Grundriß dargestellt.

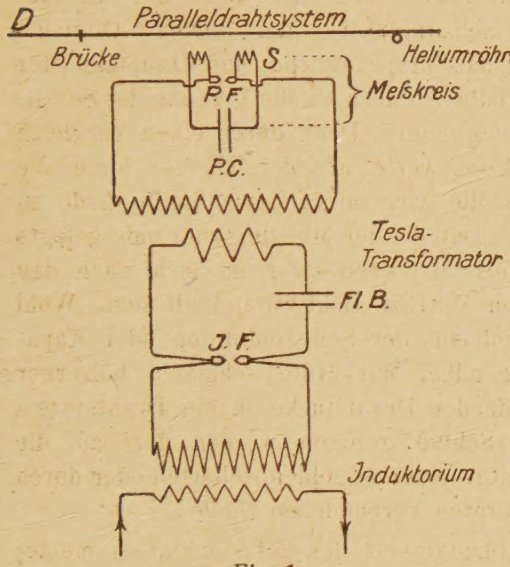


Fig. 1.

D ist das aus zwei senkrecht übereinander ausgespannten Paralleldrähten bestehende sekundäre System, in das die zu untersuchenden Spulen eingeschaltet wurden. Es wurde zur Resonanz gebracht mit dem „Meßkreis", dessen Eigenschwingungsdauer durch Verstellen des Plattenkondensators P.C. und Auswechseln der Selbstinduktion *S* in weiten Grenzen stetig verändert werden konnte. Der Meßkreis wurde gespeist durch ein Induktorium mit Teslatransformator.

1) Induktorium und Teslatransformator.

Das Induktorium hatte eine Schlagweite von 30 cm und wurde mit Rotaxunterbrecher betrieben.

Der Teslatransformator war aus einfachen Mitteln zusammengebaut. Sein Primärkreis bestand aus einigen Windungen starken isolierten Kupferdrahtes, die auf dem abgesprengten Teil eines Becherglases festgekittet waren. Den Sekundärkreis bildeten viele Windungen eines dünneren, ebenfalls isolierten Kupferdrahtes, die über einen etwa 50 cm langen Glaszylinder gelegt waren. Als primäre Kapazität (Fl. B.) wurden unten zugeschmolzene Glasröhren verwendet, welche bis nahe zum oberen Rand mit Blei ausgegossen und aussen bis zu derselben Höhe mit Stanniol überzogen waren. Die Flaschen ruhten mit gutem Kontakt auf einem Stanniolblatt, das auf einer Paraffinplatte befestigt und mit der Primärspule des Umformers leitend verbunden war. In der Bleifüllung der Flaschen waren Drähte eingeschmolzen, diese führten zu einem kleinen horizontalen Schaltbrett, das, von Glasröhren getragen, über den Flaschen angebracht war und die Einschaltung einer beliebigen Zahl von Flaschen gestattete.

Beim Bau der Funkenstrecken I. F. und P. F. legte ich Wert darauf, die Verzweigungsstellen der Zuleitungsdrähte zu beiden Seiten der Strecken entsprechend einer Forderung Drudes[1]) einander möglichst zu nähern.

Die „Induktorfunkenstrecke" I. F. ist in Fig. 2 abgebildet. Ihre Zinkelektroden Z und Z_1 waren auf Hartgummiklötzchen G befestigt und konnten durch die Schraube S gegeneinander verschoben werden. Ein sicherer Halt und gute Geradeführung wurde durch die Messingstäbchen B erzielt, welche das obere Hartgummistück durchdrangen und im unteren festgeschraubt waren. Bei F waren Drähte unmittelbar an das Zink angelötet, und zwar waren die in der Figur angedeuteten Zuleitungs- und Ableitungsdrähte je aus einem Stück — es war je ein bei F umgebogener Draht.

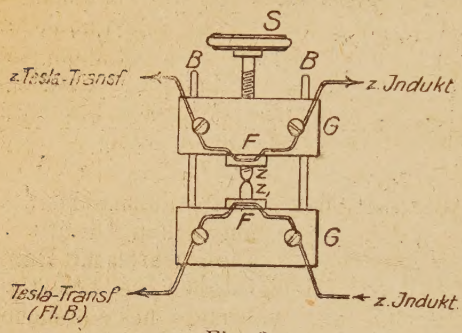


Fig. 2.

Die von dieser Zinkfunkenstrecke ausgesandten Lichtstrahlen, welche das bei den Messungen verdunkelte Zimmer ziemlich stark erleuchtet und eine scharfe Beobachtung des Aufleuchtens der Heliumröhre unmöglich gemacht hätten, wurden aufgehalten durch ein Kartongehäuse, in welches der ganze Apparat eingehüllt war und aus welchem nur die Schraube S zum Verstellen der Entfernung der Elektroden hervortrat.

Auch die Petroleumfunkenstrecke (P. F.) war mikrometrisch verstellbar. Sie hatte auswechselbare, festgeschraubte Messingelektroden.

2) Meßkreis.

Der im primären Meßkreis verwendete veränderliche Plattenkondensator P. C. war derselbe, den Wallot[2]) bei seinen früheren Untersuchungen und später Wallot und der Verfasser[3]) verwendet haben.

Bei den Untersuchungen wurden im Ganzen vier verschiedene primäre Selbstinduktionen S_0, S_1, S_2, S_3 benutzt. Sie bestanden sämtlich aus blankem, 3 mm dickem Kupferdraht.

Die kleinste, S_0, wurde aus 2 vertikal gespannten Drähten gebildet, die durch Doppel-T-Halter aus Hartgummi in einem konstanten Abstand von etwa 11 mm gehalten wurden (Figur 3).

1) P. Drude, Ann. d. Phys. **15**. p. 744. 1904.
2) J. Wallot, Ann. d. Phys. **30**. p. 522. 1909.
3) J. Wallot und K. Schäfer, Ann. d. Phys. **41**. p. 230. 1913.

Fig. 3.

Fäden, die unmittelbar neben diesen Haltern um die Drähte geschlungen wurden, verliehen dem Ganzen Halt. Diese Selbstinduktion konnte auf das Sekundärsystem nur dadurch einwirken, daß entweder die 3 mm dicken vertikalen Drähte auf die ebenfalls vertikale Brücke des Sekundärsystems, oder daß die etwas schief gezogenen dünneren Drähte, die von der Selbstinduktion zum Kondensator P. C. und zur Funkenstrecke P. F. führten, auf die Paralleldrähte induzierten. Die vertikal geführten Drähte der Selbstinduktion durften nicht zu eng nebeneinander geführt werden, weil sonst zwischen ihnen Funken übergesprungen wären.

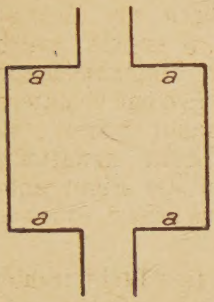


Fig. 4.

Bei den 3 anderen Selbstinduktionen S_1, S_2 und S_3 waren die 3 mm dicken Drähte zu Rechtecken umgebogen. Diese waren mit Hartgummihaltern auf Holzgestellen so befestigt, daß eine Verschiebung während eines Versuches nicht möglich war. Sie konnten leicht ausgewechselt werden. Bei ihnen wirkten vor allem die den Paralleldrähten parallelen Seiten der Rechtecke (a Fig. 4) induktiv.

Der Abstand der vertikalen bezw. horizontalen Drähte der Rechtecke betrug

bei der Selbstinduktion S_1 rund 85 bezw. 124 mm
„ „ „ S_2 „ 112 „ 202 „
„ „ „ S_3 „ 220 „ 202 „

Aus den für die einzelnen Selbstinduktionen aufgenommenen Eichkurven des Meßkreises ergab sich, daß sich die 4 Selbstinduktionen $S_0 : S_1 : S_2 : S_3$ annähernd wie 1 : 1,3 : 1,5 : 1,8 verhielten. Bei der starken Variabilität des Meßkondensators P. C. griffen daher die Wellenlängenbereiche, innerhalb deren die Selbstinduktionen brauchbar waren, übereinander.

Die Vorversuche hatten ergeben, daß es wünschenswert war, das ganze Primärsystem einschließlich des Teslatransformators und des Induktoriums in zweifacher Art, nämlich parallel zu den sekundären Drähten und senkrecht zu deren Ebene, beweglich zu machen. Zu diesem Zwecke wurden an den Füßen des Arbeitstisches, der das Primärsystem tragen sollte, Räder und auf dem Fußboden parallel zu dem Drahtsystem Schienen (aus Winkeleisen) angebracht, so daß der Tisch parallel den gespannten Drähten hin und her geschoben werden konnte. Eine ähnliche Schienenführung senkrecht zu den sekundären Drähten war auf dem Tisch selbst angebracht; auf dieser lief ein auf Rollen gesetztes großes Reißbrett, auf dem das Primärsystem aufgebaut war. Dieses konnte also in jeder beliebigen horizontalen Richtung bewegt werden.

3) Sekundärkreis.

Bei der Beschreibung des Sekundärkreises sei zunächst von den Spulen abgesehen.

Die stehenden Wellen wurden an einem Paralleldrahtsystem erzeugt, welches aus zwei in einer Vertikalebene liegenden horizontal gespannten Kupferdrähten von 1,5 mm Stärke bestand. Die Gesamtlänge der Drähte betrug rund 440 cm; ihr Abstand konnte variiert werden von 3 cm bis 20 cm.

Befestigt und gespannt wurden die Drähte in der folgenden Weise: Ihre beiden Enden waren mit verlöteten Ösen versehen. Das eine Ende wurde direkt mit einer isolierenden Schnur an einem auf einem schweren Tisch aufgeschraubten eisernen Halter befestigt. Das andere Ende war zunächst durch eine Schnur mit einem „Spannschloß“ (mit Links- und Rechtsgewinde) verbunden; von diesem führte eine weitere Schnur zu einem zweiten in der Wand des Zimmers eingelassenen eisernen Halter. Roh eingestellt wurde die Drahtspannung durch Verknoten der Schnüre. Genauer wurde den Drähten der gewünschte Durchhang durch die Spannschlösser gegeben.

Die für die Untersuchung nötigen Drahtabstände von 5, 10 und 15 cm wurden dadurch erhalten, daß die Befestigungsschnüre durch Schlitze gingen, die an den eisernen Haltern in den erforderlichen Abständen angebracht waren.[1])

Das Paralleldrahtsystem war stets an zwei Stellen überbrückt. Die eine Brücke lag während der ganzen Dauer der Untersuchung am einen Ende der Drähte, die andere, die Hauptbrücke, (durch deren Lagenänderung das sekundäre System verstimmt wurde) befand sich stets in der Nähe des Erregers und zwar zwischen diesem und der erstgenannten Brücke. Ueber die Notwendigkeit der doppelten Ueberbrückung vergl. § 2, 6.

Zur Abkürzung soll der Teil des Paralleldrahtsystems, der induktiv erregt wird und an dessen freiem Ende die Leuchtröhre angelegt ist, als das „sekundäre System“ im engeren Sinne bezeichnet werden, während die überstehenden Drahtenden, die mit dem sekundären System direkt gekoppelt sind, und an deren Enden die erwähnte Hilfsbrücke („Endbrücke“) übergelegt ist, das „tertiäre System“ genannt werden sollen.

Die benutzte Vakuumröhre war eine Heliumröhre nach Dorn. Sie wurde, in einem Holzstativ eingeklemmt, leicht an die Drähte gepresst, und zwar an dem unüberbrückten Ende des sekundären Systems, an dem ein Spannungsbauch der stehenden elektrischen Schwingung lag. War das Sekundärsystem in Resonanz mit dem Erreger, so leuchtete die über die Drahtenden gelegte Röhre. Diese Resonanz wurde jedesmal erreicht durch Verstimmung des veränderlichen Erregerkondensators P. C.

---

[1]) Vergl. J. Wallot, Ann. d. Phys. **36**. p. 686, Nr. 13. 1911.

Bei den Hauptversuchen war das Sekundärsystem, um die zu untersuchenden Spulen einschalten zu können, an einer Stelle aufgeschnitten. Zur Fixierung der Schnittenden diente das „Spulenstativ". Dieses war ein einfaches Buchenholzstativ mit vierkantiger Säule. Längs dieser Säule waren zwei ebenfalls aus Buchenholz bestehende „Spulenträger" beweglich. Einer von diesen ist in Fig. 5 dargestellt. Ein quadratischer Block A ist an den Seiten B und B' mit Vertiefungen versehen. In diesen werden durch je zwei Messingschrauben die eigentlichen Träger T befestigt. Der Block A kann mit der Schraube S an dem Stativ festgeklemmt werden. Auch die Träger T bestanden aus Holz, sie waren 30 cm lang, 0,4 cm dick. Die Schnittenden der Paralleldrähte wurden durch die 3 mm weiten Öffnungen S_1 der beiden vertikal übereinander am Spulenstativ befestigten Spulenträger geführt. Da die Enden der Träger T, wie sich aus den Ausführungen weiter unten ergeben wird, beim Anspannen der Drähte stark nach auswärts gebogen worden wären, wurden die beiden Trägerpaare durch je eine Messingstange mit Gewinde und Mutter, die durch S_2 gesteckt wurde, versteift und zugleich in der Drahtrichtung verstellbar gemacht. Durch kombiniertes Verstellen der Spannschlösser und dieser zweiten Spannvorrichtung war es möglich, einerseits den Drähten eine gewisse konstante Spannung zu geben, anderseits zwischen den Trägern die gewünschte Spulenhöhe herzustellen.

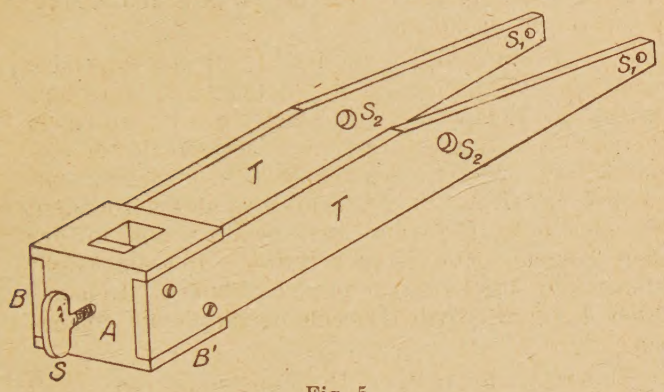


Fig. 5.

Für die drei verschiedenen Spulenhöhen wurden drei verschiedene Blöcke A benutzt. Da deren Vertiefungen gleich groß waren, konnten für alle Spulenhöhen dieselben Träger T verwendet werden.

Zur Befestigung der Spulen und der sie bei der Eichung ersetzenden Drahtstücke am Spulenträger und zur leitenden Verbindung der Spulen mit den Paralleldrähten dienten zwei verschiedene Teile, wovon der eine, der „Drahthalter" D, an den Drähten, der andere, der „Spulenhalter" H, an den Spulen oder dem Drahtstück ein für allemal festsaß (Fig. 6).

Der Drahthalter D war ein kleiner zylindrischer Messingklotz von 0,5 cm Länge und 0,5 cm Dicke. Er war oben eben

gefeilt. Unten (C) war eine kleine Vertiefung eingefräst, in welche der Kupferdraht des Sekundärsystems mit Tinol festgelötet wurde; oben (E) war ein Loch mit Gewinde, in das die Schraube F führte. Letztere diente zum Festklemmen des Spulenhalters H. Da der Drahthalter größer war als die Oeffnungen S_1 der Träger T, so wurde er von selbst durch die Spannung der Drähte am Träger festgepreßt.

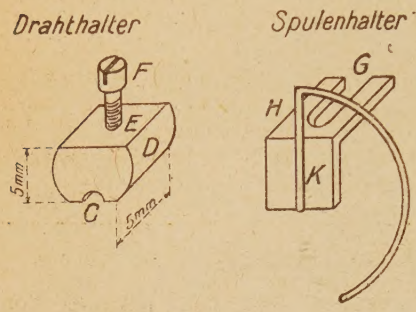


Fig .6.

Der Spulenhalter H war ein kleiner Winkel, der aus einem Stück Messing ausgefräst wurde. In den einen Schenkel war ein Schlitz G eingefräst, um die Spindel der Schraube F durchzulassen; an den anderen Schenkel wurde mit Tinol ein kleines Stückchen Kupferdraht K gelötet. Der ganze Spulenhalter wurde mit der Schraube F auf dem Drahthalter festgeklemmt. Die Länge des angelöteten Kupferdrahtstückchens war stets gleich dem Halbmesser der Versuchsspule. Der Anfang und das Ende der Spule wurden je an einem solchen Stückchen Kupferdraht angelötet, sodaß die untere Kante des Spulenhalters und damit der betr. Paralleldraht genau in der Achse der Spule war.

Zur Einführung der geraden zur Eichung nötigen Drahtstücke wurden besondere Halter von derselben Form wie die Spulenhalter angefertigt, diese hatten am unteren Ende des nichtgeschlitzten Schenkels eine ähnliche Vertiefung wie der Drahthalter bei C. In diese Vertiefung wurde das gerade Drahtstück eingelötet, sodaß dieses und der Draht des Paralleldrahtsystems eine ununterbrochene gerade Linie bildeten.

Auf diese Art war es möglich, die Spulen zu wechseln oder sie bei der Eichung durch ein gerades Stück Draht zu ersetzen, ohne dabei die Spannungsverhältnisse des Drahtsystems zu ändern. Es mußte streng darauf geachtet werden, keine Aenderung im Sekundärsystem zu verursachen außer diesem Austausch von Spule und geradem Draht.

§ 2. Einstellverfahren und Fehlerquellen.

1. Einstellverfahren.

Das bei den Messungen angewandte Verfahren der Einstellung auf die „Leuchtgrenzen“ ist schon 1896 von Drude[1]) erwähnt worden. Wallot hat es bei seinen Untersuchungen ausschließlich benützt. Es besteht darin, daß man nicht auf

1) P. Drude, Wied. Ann. **58**. p. 8. 1896; vergl. auch E. Dorn, Ann. d. Phys. **20**. p. 131. 1906.

stärkstes Leuchten (Maximalresonanz), sondern auf das beiderseitige Verschwinden des Leuchtens einstellt und dann das Mittel nimmt. Da der Erreger nie völlig konstant arbeitet, habe ich den Abstand der Kondensatorplatten immer so lange verkleinert oder vergrößert, bis die Heliumröhre in einer beliebigen, aber fest gewählten Zeit (meist 10 Sek.) überhaupt nicht mehr (wenn auch noch so schwach) aufblitzte. Je zwei den beiden Leuchtgrenzen entsprechende Ablesungen an der Millimeterteilung und an der Trommel des Feinstellkondensators geben nach Bildung des Mittels eine Abstimmung. Ich habe stets vier solche Abstimmungen gemacht und dann das Mittel genommen.

2. Einfluß des Längsabstandes.

Unter „Längsabstand" f verstehe ich den parallel den Paralleldrähten gemessenen Abstand des Mittellots der Ebene der primären Selbstinduktion von der Hauptbrücke (vergl. Fig. 7). Da bei stehenden elektromagnetischen Wellen, mit denen wir es bei den vorliegenden Versuchen zu tun haben, die Bäuche der

Fig. 7.

magnetischen Kraft mit den Knoten der elektrischen Kraft zusammenfallen, so wirkt eine induktive Kopplung, wie sie in unserem Falle angewendet wird, am stärksten im Spannungsknoten. Nun haben aber die Vorversuche gezeigt, daß bei den Eichabstimmungen die Brücke in einzelnen Fällen über 150 cm von der Nullage entfernt werden mußte, so daß der Längsabstand um ebensoviel vergrößert wurde. Der Erreger kam dadurch nahezu auf die Mitte zwischen Spannungsknoten und Spannungsbauch. Um den Einfluß einer solchen Aenderung des Längsabstands auf die Versuchsresultate untersuchen zu können, wurde, wie schon erwähnt (siehe S. 9), der Erreger parallel zum Drahtsystem verschiebbar gemacht.

a) Einfluß des Längsabstandes auf die Kondensator-Einstellung bei Untersuchung ohne eingeschaltete Drahtspule.

Die Untersuchungen wurden gemacht bei einem Drahtabstand von 15 cm mit S_3. In der Entfernung $L_0 = 186$ cm von den freien Enden der Drähte wurde auf diesen eine bestimmte Nullage angenommen, von der aus alle Brückenverschiebungen (B. E.) gerechnet wurden.

In Tab. 1 sind die Resultate zusammengestellt. In jeder Zeile stehen für eine bestimmte Drahtlänge ($= L_0 +$ B. E.) und für zwei verschiedene Längsabstände f die zugehörigen Kondensatoreinstellungen K. E. Die 6. Spalte gibt die der Differenz zwischen den Einstellungen der 3. und 5. Spalte äquivalente

Brückenverschiebung (berechnet nach der Empfindlichkeitskurve des Kondensators); in der 7. Spalte ist der Einfluß auf Prozente der Wellenlänge umgerechnet. Wie immer sind die Werte K. E. Mittel aus je vier Abstimmungen.

Tabelle 1.

Drahtlänge cm	Kondensatoreinstellungen f cm	K. E.	f cm	K. E.	Entsprechende Brücken-verschiebung cm	in %
L_0 + 40	52	19,028	12	18,983	+ 0,178	+ 0,079
L_0 + 100	112	9,806	12	9,818	— 0,129	— 0,045
L_0 + 150	162	6,821	12	6,832	— 0,220	— 0,065
L_0 + 200	212	5,186	12	5,153	+ 1,18	— 0,30

Aus dieser Tabelle ist zu ersehen, daß die Einstellungen vom Längsabstand so gut wie unabhängig sind.

Der Leuchtbereich, d. i. die Differenz der zu den Leuchtgrenzen gehörigen Einstellungen, ändert sich dagegen sehr stark. Von einer zahlenmäßigen Mitteilung sehe ich ab, weil mit dem Längsabstand gleichzeitig der „Kopplungsabstand $\mathfrak{K}$", d. h. der senkrechte Abstand der Ebene der primären Selbstinduktion von der Drahtebene S, geändert werden mußte. Während dieser nämlich bei B. E. = 40 cm (Tab. 1, 1. Zeile) noch 41,8 cm war, mußte er bei den beiden letzten Versuchen bis auf 28 cm reduziert werden, um noch eine brauchbare Versuchsreihe zu erhalten.

Aehnliches ergaben Untersuchungen mit S_1. Um hier auch die Aenderungen des Leuchtbereiches zahlenmäßig festzustellen, wurde bei diesen Versuchen der senkrechte Kopplungsabstand konstant = 17,5 cm gehalten. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 zusammengestellt; die Bezeichnungen sind dieselben wie früher. H ist der Leuchtbereich (Differenz der Grenz - K. E.).

Tabelle 2.

f cm	2	5½	10	16	20	40	60
K. E.	18,663	18,783	18,878	18,880	18,877	18,875	18,865
H	2,085	3,138	4,136	4,651	4,811	4,381	3,858

Der Längsabstand des Erregers von der Brücke ist somit, wenn wir von den ersten beiden Spalten (f = 2 cm und f = 5½ cm) absehen,

bei der bei meinen Versuchen innegehaltenen schwachen Kopplung zwischen Drahtsystem und Erreger ohne Einfluß auf die Einstellung; er beeinflußt lediglich den Leuchtbereich, und zwar nimmt dieser mit Vergrößerung des Längsabstandes zunächst, wie leicht verständlich, zu, dann dauernd ab.

b) Einfluß des Längsabstandes auf die Kondensator-Einstellung und den Leuchtbereich bei Untersuchungen mit eingeschalteter Drahtspule.

Eingehendere Untersuchungen wurden angestellt mit Paralleldrähten, in die ein Spulenpaar eingeschaltet worden war. Die Spulen hatten 10 Windungen, eine äußere Länge (Höhe) von 4 cm und einen Durchmesser von 2,20 cm, die Drahtdicke betrug 0,15 cm, die Ganghöhe 0,40 cm. Der Abstand der Paralleldrähte betrug 15 cm. Es wurden der Reihe nach Versuche mit allen vier Selbstinduktionen S_0, S_1, S_2 und S_3 angestellt. Die Brücke blieb immer in der Nullage, sodaß L_0 konstant = 186 cm war. Bei jeder einzelnen Versuchsreihe wurde diesmal der senkrechte Kopplungsabstand $\mathfrak{K}$ konstant gelassen, um auch von der Aenderung des Leuchtbereichs ein angenähertes Bild zu erhalten. Ein *genaues* Bild konnte man nicht erhalten, weil bei jedem einzelnen Längsabstand vier Abstimmungen gemacht wurden, so daß sich bei der langen Dauer des Versuchs gewöhnlich der Abstand der Elektroden der Petrol-Funkenstrecke änderte. Der senkrechte Kopplungsabstand wurde jedesmal mindestens so groß gewählt, daß bei seiner Vergrößerung keine Aenderung in der Einstellung des Kondensators eintrat, wohl aber bei seiner Verkleinerung (siehe unter 3.)

In der folgenden Zusammenstellung bedeuten:

f = Längsabstand; K. E. = Kondensator-Einstellung;
H = Leuchtbereich; $\mathfrak{K}$ = senkrechter Kopplungsabstand.

Tabelle 3.

f	S_0 ($\mathfrak{K}$ = 3,5 cm)		S_1 ($\mathfrak{K}$ = 14 cm)		S_2 ($\mathfrak{K}$ = 18 cm)		S_3 ($\mathfrak{K}$ = 26 cm)	
cm	K. E.	H	K. E.	H	K. E.	H	K. E.	H
20	5,658	0,802	7,544	1,239	8,932	2,152	11,409	2,075
16	5,651	0,705	7,541	1,220	8,930	2,114	11,406	1,994
10	5,651	0,355	7,541	1,202	8,923	2,072	11,407	1,596
5½	5,649	0,628	7,543	1,123	8,925	1,558	11,403	1,343
2	5,652	0,420	7,537	0,623	8,919	1,274	11,401	0,909

Aus der Tabelle ist zu entnehmen, daß auch hier mit Vergrößerung des Längsabstands der Leuchtbereich zunimmt, während die Kondensatoreinstellung konstant bleibt. Eine graphische Aufzeichnung des Leuchtbereichs als Funktion des Längsabstandes zeigt, daß, wie zu erwarten, die Curven um so rascher zu einem Maximum ansteigen, je kleiner die Selbstinduktion des Erregerkreises ist.

3. Einfluß des senkrechten Kopplungsabstandes.

In unserer Versuchsanordnung werden die Schwingungen durch elektromagnetische Induktion übertragen. Je nach der Größe der gegenseitigen Induktion kann die Koppelung eine starke oder eine schwache sein. Bei starker Koppelung sind die Erscheinungen wesentlich komplizierter durch die Rückwirkung der sekundären auf die primären Schwingungen. Diese Rückwirkung macht sich bei unseren Versuchen vor allem dadurch bemerkbar, daß sich die Resonanzeinstellung des Kondensators mit der Aenderung des Kopplungsgrades (vor allem bei eingeschalteten Spulen) ändert. Es wurden deshalb Untersuchungen darüber angestellt, wie groß mindestens bei konstantem Längsabstand der Kopplungsabstand sein muß, um konstante Einstellungen zu erhalten.

a) Einfluß des Kopplungsabstandes auf die Kondensatoreinstellung *ohne* Spule. Bei diesen Versuchen war die Drahtlänge = 265 cm, d (Drahtabstand) = 15 cm; als Selbstinduktion wirkte S_1; der Energieaufwand wurde so gering als möglich gewählt; der Längsabstand war 14 cm. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle angegeben, die Bezeichnungen sind dieselben wie früher.

Tabelle 4.

$\mathfrak{K}$ cm	4	8	12	16	18
K. E.	7,843	7,692	7,630	7,630	7,631
H	3,344	1,902	1,208	0,750	0,541

Die Einstellung am Kondensator hängt also bei geringem Koppelungsabstand von diesem ab, bleibt aber ungefähr von $\mathfrak{K}$ = 12 cm ab innerhalb der Einstellungsfehler konstant. Der Leuchtbereich nimmt natürlich bei zunehmendem $\mathfrak{K}$ immer weiter ab.

b) Einfluß des Koppelungsabstandes auf die Kondensatoreinstellung *mit* Spule. Die Untersuchungen wurden gemacht mit Spulen vom Durchmesser 1,15, 2,25 und 3,30 cm; die äußere Spulenlänge war 4 cm; der Längsabstand bei allen Versuchen 14 cm.

Tabelle 5.

Spulen vom Durchmesser 1,15 cm.

S_0		S_1		S_2	
$\mathfrak{R}$ cm	K. E.	$\mathfrak{R}$ cm	K. E.	$\mathfrak{R}$ cm	K. E.
1	9,517	5,5	13,977	14	17,354
3	9,483	8,0	13,664	16	17,166
6	9,486	12,0	13,596	18	17,083
7,6	9,466	18,0	13,594	22,6	16,963
		20,9	13,579	25	16,950
				28	16,938

Tabelle 6.

Spulen vom Durchmesser 2,25 cm.

S_0		S_1		S_2		S_3	
$\mathfrak{R}$ cm	K. E.	$\mathfrak{R}$ cm	K. E.	$\mathfrak{R}$ cm	K. E.	$\mathfrak{R}$ cm	K. E.
1	5,695	4	8,300	6,5	9,638	12	11,968
2	5,680	6	8,063	9	9,084	18	11,631
3	5,663	8	7,831	12	8,991	22	11,543
4	5,660	10	7,763	16	8,955	26	11,492
5	5,653	12	7,703	20	8,933	30	11,475
		16	7,671	24	8,919	33	11,452
		20	7,655	28	8,922	35	11,452
						38	11,440

Tabelle 7.

Spulen vom Durchmesser 3,30 cm.

S_3	$\mathfrak{R}$ cm	18	22	26	30	32
	K. E.	5,673	5,635	5,622	5,604	5,603

Die Untersuchungen ergeben, daß der Kopplungsgrad mit Vergrößerung der primären Selbstinduktion S stark ansteigt. Daher müssen die Kopplungsabstände $\mathfrak{A}$ mit zunehmendem S stark vergrößert werden. Eine graphische Aufzeichnung des Inhalts der vorstehenden Tabellen ergibt, daß, wenn die Abstimmungen die Eigenschwingungsdauer des sekundären Systems ergeben sollen, der Kopplungsabstand *mindestens* betragen muß:

für S_0 : 4 cm; für S_1 : 16 cm; für S_2 : 19 cm; für S_3 : 26 cm.

4. Einige Bemerkungen über die Elektroden der Petrolfunkenstrecke und über die Benutzung der Heliumröhre.

Bei der Einstellgenauigkeit spielten noch einige andere Faktoren mit. Den größten Einfluß hatte die Petrolfunkenstrecke. Sie bedurfte einer sorgsamen Überwachung und wurde immer in kurzen Zwischenräumen kontrolliert. Denn sobald der Elektrodenabstand etwas groß wurde, was sich schon durch das Geräusch bemerkbar machte, wurde das Aufleuchten der Röhre unregelmäßiger, die Elektroden selbst nützten sich rascher ab. Es wurde deshalb darauf gesehen, den Petrolfunken so klein als möglich zu machen. Da die Elektroden durch ihre Stellung schief abbrannten, so mußten sie von Zeit zu Zeit eben gefeilt werden, um das Funkenspiel wieder gut regulieren zu können. War das Petroleum längere Zeit im Gebrauch, sodaß die Flüssigkeit eine dunkelbraune Färbung hatte, so mußte sie ersetzt werden. Mit vollständig frischem Petroleum zu arbeiten, war jedoch sehr unangenehm, denn die starke Gasblasenentwicklung rief manchmal ein momentanes Nachblitzen der Röhre hervor. Es empfahl sich daher, die Funken entweder längere Zeit arbeiten zu lassen, ehe man an eine eigentliche Messung ging, oder die Flüssigkeit nur teilweise zu erneuern.

Wollte man erreichen, daß die Heliumröhre regelmäßig leuchtete, so mußte man beide Funkenstrecken (Petrolfunkenstrecke und Induktorfunkenstrecke) verstellen. Die günstigste Stellung beider Funkenstrecken mußte eben ausprobiert werden. Es war ratsam, vor Beginn jeder längeren Versuchsreihe, nachdem alle Kontakte (was ziemlich wichtig ist) und beide Funkenstrecken kontrolliert waren, die Funkenstrecken etwas spielen zu lassen. Geschah dies nicht, so traten oft schon bei der zweiten Abstimmung erhebliche Leuchtbereich-Änderungen ein. Es mag dies wohl auch damit zusammenhängen, daß sich das Auge erst an diese Art der Beobachtung gewöhnen muß. Doch beeinflußt diese Leuchtbereich-Änderung die Einstellung nicht.

Sehr störend kann es bei der Resonanz-Einstellung wirken, wenn die Leuchtröhre unexakt an das Drahtsystem angelegt wird.

Wurde die Kapazität des Meßkondensators sehr groß, so hörten die Petrolfunken auf zu spielen. Sie konnten dann wieder aktiviert werden durch Vergrößerung der Tesla-Kapazität. Je

größer aber die aufgewandte Energie war, umso unangenehmer wurde das Arbeiten mit den Funken; es war deshalb besser, die Selbstinduktion zu vergrößern und dementsprechend die Kapazität zu verkleinern.

5. Anomales Leuchten.

Bei den Fehleruntersuchungen kam ich auf eine Erscheinung, die wohl der Erwähnung wert ist, obgleich ich nicht in der Lage war, sie genau zu untersuchen.

Der Abstand der Paralleldrähte war 5 cm, der Durchmesser der eingeschalteten Doppelspule 3,3 cm, ihre Drahtdicke 0,3 cm, die äußere Spulenlänge 5 cm; es war auf Resonanz eingestellt. Näherte man sich nun mit dem Oszillator dem Paralleldrahtsystem bis auf etwa 5 cm, so trat zunächst ein intensives Leuchten auf und zwar nur in dem Teil der Röhre *zwischen* den Drähten. Die untere Grenzeinstellung (große Kapazität) blieb bei aufeinander folgenden Einstellungen ziemlich konstant, änderte sich jedenfalls nur mit dem Leuchtbereich; die obere Grenzeinstellung (kleine Kapazität) dagegen war unscharf, indem die Röhre noch nach längerem Nachdrehen ab und zu aufblitzte, was sonst nicht der Fall war. Drehte ich noch weiter, d. h. verkleinerte ich die Kapazität des Feinstellkondensators noch mehr, so trat noch eine zweite scheinbare Resonanz auf. Dieses zweite Aufleuchten begann schwach zwischen den Drähten, dann leuchtete die ganze Röhre auf und zwar am stärksten *ausserhalb* der Drähte (d. h. also gerade in dem Teil, der bei den gewöhnlichen Resonanzeinstellungen kaum leuchtet), während *zwischen* den Drähten nur ein ganz matter Schein übrig blieb. Bei weiterer Änderung der Schwingungsdauer verschwand dieses äußere „anomale“ Aufleuchten wieder: die Röhre leuchtete nur noch in der Mitte.

Bei dieser ganzen zweiten Resonanz war die Intensität des Leuchtens viel geringer als bei der ersten Resonanz. Die Übergänge zwischen dem normalen und anomalen Leuchten waren völlig allmählich; auf Erscheinen oder Verschwinden des anomalen Leuchtens konnte daher — wenigstens aus größerer Entfernung — nicht eingestellt werden.

Am Ende der überstehenden Drähte lag bei den Untersuchungen wie bei allen Messungen an Spulen stets eine zweite Brücke, deren Zweck war, die etwa auftretenden Kopplungswellen zu eliminieren (vergl. unter 6).

Es wurde nun versucht, durch eine dritte Brücke, die zwischen die Hauptbrücke und die Endbrücke eingeschaltet wurde, die zweite Resonanz auszuschalten. Diese Hilfsbrücke wurde noch geerdet.

Der Versuch ergab, daß sich das anomale Leuchten mit Verschiebung der Hilfsbrücke ebenfalls änderte, und zwar mußte bei Vergrößerung des Abstandes der Brücke von der Nullage (die

Hauptbrücke blieb stets in der Nullage, die zweite Brücke stets am Ende, nur die Hilfsbrücke wurde verschoben) die Schwingungsdauer des Erregers verkleinert werden durch Verkleinerung der Kondensator-Kapazität, um wieder das anomale Leuchten hervorzurufen.

Wurde der Feinstellkondensator auf einer konstanten Einstellung gelassen, so daß starkes anomales Leuchten auftrat, und wurde am gesamten Erregersystem nichts geändert, sondern nur die Hilfsbrücke allmählich von der Nullage aus verschoben, so blieb das anomale Leuchten bestehen bis zu einer Verschiebung der Brücke von rund 108 cm; wurde nun der Kondensator wieder verstellt in der oben angegebenen Weise, so trat das Leuchten von neuem auf. So konnte durch fortwährendes gleichzeitiges Ändern des Erregers das ganze Drahtende durchlaufen werden, ohne daß das anomale Leuchten aufhörte.

Dabei war der senkrechte Kopplungsabstand 5 cm; er konnte aber vergrößert werden bis auf 7,8 cm; erst dann verschwand das anomale Leuchten. Dieses begann jedoch wieder, wenn die Energie durch Zuschalten von Flaschen vergrößert wurde. Bei großer Energie und geringem Kopplungsabstand leuchtete die ganze Röhre, aber wesentlich schwächer als bei normalem Leuchten und mit matter Färbung.

Dieselben Versuche, mit einer Zehnderschen Röhre angestellt, zeigten die zweite Resonanzerscheinung nicht: die Röhre war offenbar zu unempfindlich.

Bei all diesen Untersuchungen war der Kopplungsabstand sehr gering, die induktive Kopplung damit ziemlich fest. Die extrem lose Kopplung, bei der keine meßbare Rückwirkung des Drahtsystems auf den Erreger zu verspüren war, lag erst bei $\mathfrak{K} = 19$ cm.

Es ist mir nicht gelungen, die Erscheinung mit einem Drahtsystem hervorzurufen, in welchem keine Spulen eingeschaltet waren. Sie zeigte sich aber bei sämtlichen Spulen, bei denen danach geforscht wurde.

Aus alledem scheint hervorzugehen, daß das anomale Leuchten irgendwie mit der Komplizierung der Schwingungsverhältnisse durch die ziemlich feste Kopplung zwischen dem primären, sekundären und tertiären System zusammenhängt. Von einer genaueren Untersuchung der Erscheinung mußte ich leider absehen.

6. Einfluß der überstehenden Drahtenden.

Die Vorversuche ergaben, daß zur Eichung längerer Spulen lange überstehende Drahtenden nötig waren. Bei meinen Untersuchungen waren normalerweise die Drähte des sekundären Systems 186 cm lang, diejenigen des Tertiärsystems (es sind dies die überstehenden Drahtenden) 242 cm lang. Sekundär- und Tertiärsystem waren durch die gemeinsame Brücke miteinander direkt gekoppelt. Diese Kopplung war offenbar um so fester, je länger die Brücke

war. Wurden im sekundären System Schwingungen hervorgerufen, so mußten diese auf das direkt mit ihm gekoppelte Tertiärsystem einwirken; und es war nach der Theorie der gekoppelten Systeme zu erwarten, daß bei den Abstimmungen unter Umständen Störungen auftraten. Inwieweit dies geschah, darüber wurden eingehende Untersuchungen angestellt.

Daß durch überstehende Drahtenden unter Umständen Messungen mit elektrischen Wellen ganz unmöglich gemacht werden können, ist bereits von Arons und Rubens [1]) erwähnt worden.

Später hat Wallot gelegentlich [2]) untersucht, ob die Eigenschwingungsdauer nicht beeinflußt werde durch die überstehenden Drahtenden. Er fand, daß die mittlere Abweichung bei seinen Versuchen 3/100 % war, was ungefähr seinen Einstellfehlern entsprach. Daß er keine größeren Abweichungen gefunden hat, lag einmal daran, daß er mit ziemlich loser Kopplung arbeitete (3, 5 und 10 cm Brückenlänge), dann aber auch daran, daß die überstehenden Drähte bei seinen Messungen kurz waren im Vergleich zu den Drähten des sekundären Systems.

Bei den Untersuchungen der vorliegenden Arbeit war die Kopplung fester (Brücke 10, 15 und 20 cm lang) und die Drähte des Tertiärsystems länger als die des Sekundärsystems. Deshalb konnte ein sehr erheblicher Einfluß der überstehenden Drähte beobachtet werden; er war am größten, wenn die Drähte des sekundären und des tertiären Systems ungefähr gleich lang waren.

Zu einer genaueren Prüfung dieses Einflusses wurde ich durch einen Versuch geführt, bei dem zufällig die Brücke das Paralleldrahtsystem so teilte, daß Sekundär- und Tertiärsystem annähernd gleich groß waren. Wurde der Kondensator auf Resonanz eingestellt, so leuchtete die Heliumröhre schön gleichmäßig auf; sobald ich jedoch die Primärkapazität verkleinerte, wurde das Aufleuchten bei verminderter Helligkeit viel unruhiger als gewöhnlich; bei weiterem Nachdrehen in derselben Richtung fing die Röhre zum zweiten Male hell zu leuchten an. Ein zweiter Versuch mit derselben Anordnung zeigte, daß es sich hierbei nicht etwa um eine plötzliche Energievergrößerung handelte, sondern um eine immer wiederkehrende gesetzmäßige Erscheinung. Wurden die überstehenden Drähte durch Berühren mit der Hand zur Erde abgeleitet, so verschwand das zweite Aufleuchten. Es hatte sich für die elektromagnetische Welle des Tertiärsystems an der Berührungsstelle des Drahtes ein Knoten gebildet — die Resonanzverhältnisse waren geändert und die Rückwirkung auf das Sekundärsystem nicht mehr bemerkbar. Derselbe Erfolg konnte dauernd dadurch erzielt werden, daß im Tertiärsystem eine zweite Brücke angelegt wurde — die schon S. 10 erwähnte „Endbrücke." Sie lag bei den Hauptmessungen beständig nahe dem Ende der Drähte, so daß das

[1]) L. Arons u. H. Rubens, Wied. Ann. **45**, p. 382. 1892.
[2]) J. Wallot, Ann. d. Phys. **36**. p. 687. 1911.

tertiäre System beiderseits überbrückt war, während das sekundäre System nur eine einseitige Ueberbrückung hatte.

Daß bei meiner Versuchsordnung zwei Kopplungswellen auftreten, die einander superponiert sind, war von vornherein anzunehmen. Die Differenz ihrer Schwingungsdauern ist aber für gewöhnlich so groß, daß nur die Schwingungsdauer der einen Welle bestimmt werden kann, während die der anderen entweder zu groß oder zu klein ist. Beobachtbare Doppelresonanz tritt nur dann ein, wenn die Differenz der Schwingungsdauern hinlänglich klein ist.

Die Untersuchungen wurden so gemacht, daß das eine Mal ohne Endbrücke, das andere Mal mit angelegter Endbrücke auf Resonanz eingestellt wurde. Während dabei die Hauptbrücke, die das sekundäre System abgrenzt, ihre Lage von Fall zu Fall änderte, wurde die Endbrücke immer an derselben Stelle angelegt — etwa 200 cm von der Nullage entfernt, deren Abstand L_0 von den freien Enden wie immer 186 cm betrug. Der Drahtabstand wurde variiert — 10, 15 und 20 cm —; gemessen wurde mit S_1 [1]). In der folgenden Tabelle wird zunächst eine derartige einzelne Abstimmungsgruppe etwas genauer mitgeteilt für den Drahtabstand 15 cm. Dabei sind die Abstimmungen unter A diejenigen, die gewonnen wurden *ohne* angelegte Endbrücke und zwar A_1 diejenigen der ersten Resonanz, d. h. mit der kleineren Wellenlänge, A_2 diejenigen der zweiten Resonanz, d. h. mit der größeren Wellenlänge. Die Abstimmungen a wurden *mit* angelegter Endbrücke erhalten. Die Hauptbrücke lag 19 cm von der Nullage entfernt (L_0 + B. E. = 186 + 19 cm). Die Abstimmungsergebnisse sind in eckige Klammern eingeschlossen; darüber stehen überall die Leuchtbereiche.

Tabelle 8.

									Mittelwerte
A_1	17,882 13,818	4,072	17,900 13,792	4,108	17,905 13,755	4,150	17,912 13,770	4,142	4,118
	31,692	[15,846]	31,692	[15,846]	31,660	[15,830]	31,682	[15,841]	[15,841]
A_2	13,530 12,295	1 225	13,582 12,270	1,312	13,500 12,275	1,225	13.570 12,300	1,270	1,260
	25,825	[12,913]	25,852	[12,976]	25,775	[12,887]	25,870	[12 935]	[12,928]
a	18,159 12,543	5,616	18,200 12,518	5,682	18,190 12,548	5,642	18,189 12,568	5,621	5,640
	30,702	[15,351]	30,718	[15,359]	30,738	[15,369]	30,757	[15,378]	[15,364]

Im allgemeinen waren die mittleren Kapazitätseinstellungen der beiden A-Gruppen schwer ausführbar, da die Röhre nie für längere Zeit völlig aufhörte zu leuchten; es mußte deshalb auf

[1]) Einige Versuche mit S_2 ergaben ebenfalls zwei Wellen, doch wurde von einer Untersuchung mit verschiedenen S abgesehen.

eine gewisse Länge der Leuchtpause eingestellt werden. Um ein möglichst scharf getrenntes Aufleuchten der beiden Resonanzen zu erhalten, mußte man sich mit dem Erreger innerhalb eines ganz kleinen Bereiches des Kopplungsabstandes bewegen. War man zu nahe, so gingen beide Resonanzen unvermittelt ineinander über; bei zu großem Kopplungsabstand dagegen war von einer zweiten Resonanz nichts zu merken. Der Kopplungsabstand wurde daher zu Beginn der Versuchsreihe jedesmal so gewählt, daß die zweimalige Resonanz möglichst deutlich hervortrat.

In den folgenden Zusammenstellungen sind, wenn nichts anderes gesagt ist, überall Kondensator-Einstellungen angegeben.

Tabelle 9a.

Drahtabstand 15 cm.

B. E. cm	4	6	8	10	12	13	15
A_1	19,119	18,612	18,134	17,578	17,084	16,822	16,432
a	18,912	18,328	17,829	17,282	16,781	16,557	15,985

Tabelle 9b.

Drahtabstand 15 cm.

B. E. cm	Kondensatoreinstellungen A_1	A_2	a	Leuchtbereiche A_1	A_2	a	$A_1 - A_2$
17	16,107	—	15,675	3,841	—	4,823	—
18	16,054	—	15,657	4,998	—	5,988	—
19	15,841	12,928	15,364	4,118	1,260	5,640	+ 2,858
20	15,657	12,963	15,012	3,000	1,174	4,684	+ 1,826
21	15,614	13,016	14,845	3,052	1,801	4,618	+ 1,251
22	15,542	13,008	14,643	2,960	1,956	4,810	+ 1,004
23	15,484	12,990	14,447	2,698	2,294	5,227	+ 404
24	15,360	13,040	14,106	2,175	2,445	5,683	— 270
25	15,312	13,061	14,129	1,901	2,935	4,578	— 1,034
26	15,294	13,012	13,865	1,842	3,254	5,198	— 1,412
27	—	13,085	13,751	—	3,814	5,144	—
28	—	13,110	13,432	—	4,147	3,814	—

Tabelle 9c.

Drahtabstand 15 cm.

B. E. cm	30	32	36	40	44
A_2	12,779	12,507	12,041	11,513	11,068
a	13,131	12,811	12,195	11,671	11,194

Tabelle 10.

Drahtabstand 10 cm.

B. E. cm	Kondensatoreinstellungen A_1	A_2	a
4	19,929	—	19,779
8	18,558	—	18,500
12	17,612	—	17,465
16	16,598	—	16,446
18	16,099	—	15,872
19	15,935	—	15,697
20	15,804	—	15,444
21	15,626	13,950	15,315
23	15,382	13,946	14,846
24	15,378	14,073	14,615
25	—	14,317	14,441
30	—	13,346	13,551
40	—	11,926	11,944
60	—	9,645	9,664
100	—	6,838	6,854

Die Zahlenangaben der Tabellen sind die Mittelwerte aus je 4 Abstimmungen.

Während bei den Beobachtungen der Tab. 9 und 10 noch das Spulenstativ, die Spulenträger und die Spulenhalter (aber ohne Spulen) im Sekundärsystem eingeschaltet waren, war dies bei den Versuchen der folgenden Tab. nicht der Fall. Diese wurden bei einem Drahtabstand von 20 cm angestellt. Größer konnte der Drahtabstand nicht gemacht werden, da die Heliumröhre zu kurz war. Der Längsabstand war stets 14 cm, der Koppelungsabstand 16 cm; es wurde mit S_1 gearbeitet.

Tabelle 11.

Drahtabstand 20 cm.

B. E. cm	Kondensatoreinstellungen A_1	A_2	a
8	16,348	—	15,831
10	15,802	—	15,362
12	15,433	—	15,010
14	15,057	—	14,665
16	14,706	—	14,308
18	14,470	10,383	13,912
20	14,012	10,502	13,508
22	13,672	10,691	13,103
24	13,439	10,767	12,677
26	13,276	10,780	12,377
28	13,101	10,790	12,094
30	13,215	10,804	11,806
32	13,309	10,893	11,542
34	—	10,801	11,211
36	—	10,646	11,032

Auf Fig. 8 sind zur Veranschaulichung die Kondensatoreinstellungen (in mm der an der Schlittenführung des Kondensators angebrachten Teilung) als Funktionen der Brückenverschiebungen B. E. aufgezeichnet.

Man erkennt zunächst, daß die drei a-Kurven, wie zu erwarten, einander nahezu parallel verlaufen. Der horizontale Abstand der beiden nicht ausgezogenen Kurven beträgt nicht ganz 2,5 cm entsprechend dem Umstand, daß eine Verlängerung der Brücke um 5 cm einer Verschiebung der nicht verlängerten Brücke um 2,5 cm annähernd äquivalent sein muß. Der horizontale Abstand der den Drahtabständen 15 und 20 cm entsprechenden Kurven beträgt rund 8,2 cm. Er ist offenbar deshalb größer, weil bei den Drahtabständen 10 und 15 cm das Spulenstativ mit den Spulenhaltern eingeschaltet war. Die diesen Störungen gleichwertige Brückenverschiebung beträgt demnach rund 5,7 cm.

Bei welcher Brückeneinstellung waren nun das sekundäre und das tertiäre System miteinander in Resonanz? Die Frage ist am einfachsten zu beantworten für die Versuche der Tab. 11 (20 cm Drahtabstand). Da nämlich die Paralleldrähte nach S. 20 im

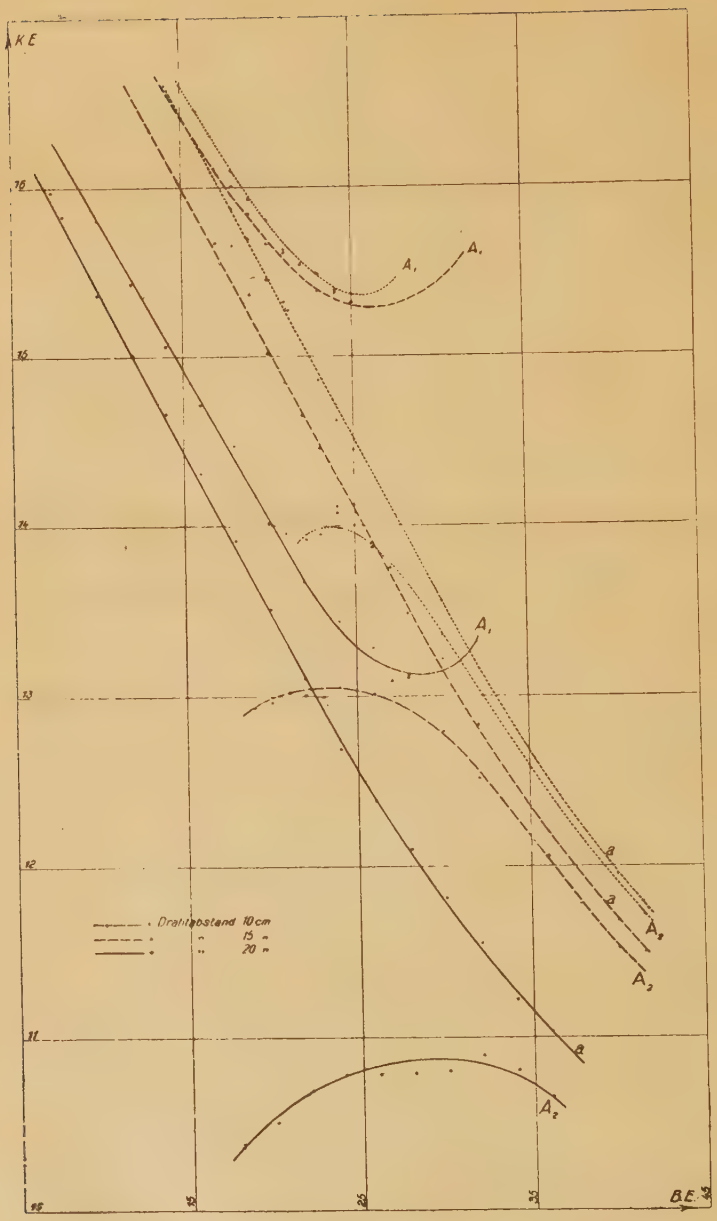


Fig. 8.

ganzen 186 + 242 = 428 cm lang waren, so lag die Resonanzstellung bei der Länge 214, also B. E. = 28 cm. Bei den Versuchen der Tab. 9 und 10 ist zu bedenken, daß hier die ganze äquivalente Drahtlänge 428 + 5,7 = 433,7 cm betrug. Das sekundäre und

das tertiäre System waren daher in Resonanz, wenn die überstehenden Drahtenden 216,9 cm lang, die Brückeneinstellung also 25,1 cm war.

In der Tat geht aus den graphischen Darstellungen hervor, daß die soeben berechneten Resonanzlagen der Brücke vor allen andern Brückenlagen ausgezeichnet sind, und zwar dadurch, daß annähernd dort die A_1-Kurven Minima, die A_2-Kurven Maxima, die Differenzen der Kopplungsperioden also Minima haben. Bei Verstimmung der beiden Systeme gegeneinander verschwindet sehr bald die eine der beiden Wellen, während sich die Kurve der andern immer mehr der zugehörigen a-Kurve nähert.

Die graphische Darstellung zeigt weiter, daß die für den Fall der Resonanz geltende minimale Differenz der Kopplungsfrequenzen mit der Brückenlänge wächst, und zwar dieser nahezu proportional. Aus der Darstellung (Fig. 8) können nämlich die folgenden Zahlen abgelesen werden:

Tabelle 12.

d	$\lambda/4$	v	$100\,\frac{4v}{\lambda}$	$100\,\frac{4v}{\lambda d}$
10	221,9	7,3	3,3	3,3
15	224,4	11,7	5,2	3,5
20	224,0	15,5	6,9	3,5

Die erste Spalte gibt die Brückenlänge, die zweite die für lose Kopplung geltende Viertelwellenlänge, die dritte die Brückenverschiebung v, welche der minimalen Differenz der Kopplungsfrequenzen im Resonanzfalle gleichwertig ist [1]), die vierte den prozentischen Unterschied der beiden Kopplungsfrequenzen, endlich die fünfte das Verhältnis dieses Unterschieds zur Brückenlänge. Man sieht, daß die Zahlen der letzten Spalte so konstant sind, wie man dies bei der nicht allzu großen Genauigkeit der mehr qualitativen Versuche nur erwarten kann (vergl. S. 22).

Aus den Messungen geht also hervor, daß die überstehenden Drahtenden bei größeren Drahtabständen zu Versuchsfehlern Anlaß geben können, wenn ihre Eigenperiode nicht sehr verschieden ist von der Periode des sekundären Systems selbst. Bei den eigentlichen Messungen habe ich daher durchweg das tertiäre System durch Ueberlegen einer Endbrücke gegen das sekundäre System verstimmt.

Wie schon bemerkt, sind die durch Fig. 8 veranschaulichten Erscheinungen *qualitativ* nach der Theorie der gekoppelten Systeme leicht zu verstehen. Schwieriger dürfte ihre quantitative Erklärung sein.[2]) Man könnte vermuten, die Tatsache, daß in den Systemen

[1]) Die a-Kurven dienten hierbei als Eichkurven.

[2]) Mit den gewöhnlichen eindimensionalen Wellenansätzen kommt man nicht zum Ziele.

auch im Falle der Resonanz zwei Wellen auftreten, müsse mit der Unsymmetrie der Erregung zusammenhängen, ähnlich wie bei der gewöhnlichen Theorie der gekoppelten Systeme eine Unsymmetrie der Anfangsbedingungen vorausgesetzt werden muß. Die in der folgenden Tabelle 13 zusammengestellten Versuche, bei der die Brücke dauernd in der Resonanzlage B. E. = 28 cm gehalten (d war = 20 cm) und nur der Längsabstand geändert wurde, bestätigen diese Vermutung jedoch nicht. Sie zeigen zwar eine gewisse Abhängigkeit der Kopplungswellen vom Längsabstand; die Aenderungen sind aber so gering, daß sie wohl auf sekundäre Einflüsse zurückgeführt werden müssen. Die Schwingungszahlen der beiden Kopplungswellen hängen daher im wesentlichen doch wohl nur von den Abmessungen der Paralleldrähte und der Brücke ab.

Tabelle 13.

f cm	+ 14	+ 10	+ 5	± 0	— 5
A_1	13,376	13,329	13,302	13,187	13,005
A_2	10,730	10,762	10,835	—	10,935

Einige Bemerkungen über die Intensitäten der beiden Kopplungswellen seien noch angefügt. In Tab. 9 b sind außer den Kondensatoreinstellungen auch die Leuchtbereiche für die drei Wellen A_1, A_2 und a angegeben. Da aus den Leuchtbereichen wenigstens roh auf die Intensitäten geschlossen werden kann, zeigt die Tabelle, daß die Kopplungswellen durchweg schwächer sind als die a-Wellen und daß ihre Intensität abnimmt, je mehr sich ihre Frequenz von der Frequenz der zugehörigen a-Welle entfernt. Wie eine graphische Aufzeichnung lehrt, ist auch hier die Resonanzlage sehr nahe eine ausgezeichnete Lage: Bei B. E. = 23,6 sind die beiden Kopplungswellen nahezu gleich intensiv.

§ 3. Theorie des Meßverfahrens.

Bei meinen Messungen lagen die zu untersuchenden Spulen das eine Mal in einem Knoten stehender elektromagnetischer Drahtwellen, das andere Mal in einem Bauch.

Die einfachste Theorie für die Eigenschwingungsdauer eines Paralleldrahtsystems, in das, wie in Fig. 9, symmetrisch 2 Stücke von geänderter Selbstinduktion und Kapazität eingeschaltet sind, ist von Wallot [1]) abgeleitet worden. Nennt man die Drahtlängen vor den Spulen l_1, die hinter den Spulen l_3, die Längen der Spulen selbst l_2, bezeichnet man weiter mit

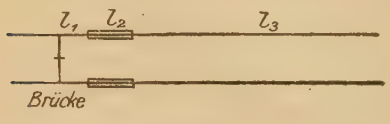


Fig. 9.

[1]) J. Wallot, Ann. d. Phys. **30**. p. 495. 1909.

λ die Wellenlänge, c die Lichtgeschwindigkeit } im leeren Raum

(1) $\mathfrak{s}_0$ die Selbstinduktion, c_0 die Kapazität } der Längeneinheit der Drähte

$\mathfrak{s}$ die Selbstinduktion, c die Kapazität } der (axial gemessenen) Längeneinheit der Spulen

(alles im elektromagnetischen Maßsystem) und setzt man

$$(2) \qquad \frac{c}{c_0} = \gamma; \qquad \frac{\mathfrak{s}}{\mathfrak{s}_0} = \sigma,$$

$$(3) \qquad \sqrt{c_0\,\mathfrak{s}_0} = \frac{1}{c},$$

so gilt [1])

$$(4) \qquad 1 = \frac{\operatorname{tg}\frac{2\pi l_1}{\lambda} + \sqrt{\frac{\sigma}{\gamma}}\operatorname{tg}\frac{2\pi l_2}{\lambda}\sqrt{\gamma\sigma}}{1 - \sqrt{\frac{\gamma}{\sigma}}\operatorname{tg}\frac{2\pi l_1}{\lambda}\operatorname{tg}\frac{2\pi l_2}{\lambda}\sqrt{\gamma\sigma}} \cdot \operatorname{tg}\frac{2\pi l_3}{\lambda}$$

Diese Gleichung vereinfacht sich, wenn die Spulen, wie bei unseren Versuchen, im Spannungsknoten oder Spannungsbauch liegen. In diesen beiden Sonderfällen wollen wir die ganze Länge des sekundären Systems mit $2L$ (also $L = l_1 + l_2 + l_3 + \frac{d}{2}$), die äußere Spulenlänge l_2 (Spulenhöhe) mit h bezeichnen. Wir erhalten dann

für den Fall, daß die Spule im Knoten liegt:

$$(5a) \qquad 1 = \sqrt{\frac{\sigma}{\gamma}}\operatorname{tg}\frac{2\pi h}{\lambda_k}\sqrt{\gamma\sigma}\operatorname{tg}\frac{2\pi(L-h)}{\lambda_k},$$

für den Fall, daß sie im Bauch liegt:

$$(5b) \qquad 1 = \sqrt{\frac{\gamma}{\sigma}}\operatorname{tg}\frac{2\pi(L-h)}{\lambda_b}\operatorname{tg}\frac{2\pi h}{\lambda_b}\sqrt{\gamma\sigma}.$$

Näherungsformeln. Wenn die Längen der Spulen h und die Änderungsfaktoren γ und σ klein sind, läßt sich ein Näherungsverfahren verwenden. Dann kann man nämlich statt (5a) und (5b) schreiben:

$$(6) \qquad \begin{cases} 1 = \operatorname{tg}\frac{2\pi\sigma h}{\lambda_k}\operatorname{tg}\frac{2\pi(L-h)}{\lambda_k} \\ 1 = \operatorname{tg}\frac{2\pi(L-h)}{\lambda_b}\operatorname{tg}\frac{2\pi\gamma h}{\lambda_b}, \end{cases}$$

[1]) l. c. Gl. (16).

woraus geschlossen werden kann:

$$(7)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{2\pi}{\lambda_k}(\sigma h + L - h) &= \frac{\pi}{2} \\ \frac{2\pi}{\lambda_b}(\gamma h + L - h) &= \frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} \text{ oder } \left\{\begin{aligned} L + (\sigma - 1)\, h &= \frac{\lambda_k}{4} \\ L + (\gamma - 1)\, h &= \frac{\lambda_b}{4} \end{aligned}\right.$$

Bei den Messungen bestimmt man nun immer den Einfluß der Spulen dadurch, daß man nach Ausschaltung der Spulen die Hauptbrücke so lange verschiebt, bis die Schwingungsdauer dieselbe geworden ist wie vorher mit eingeschalteten Spulen. Für die gleichwertigen Brückenverschiebungen $\mathfrak{v}_k$ und $\mathfrak{v}_b$ muß also gelten:

$$(8)\quad \left\{\begin{aligned} L + \mathfrak{v}_k &= \frac{\lambda_k}{4}, \\ L + \mathfrak{v}_b &= \frac{\lambda_b}{4}, \end{aligned}\right.$$

was mit (7) nur vereinbar ist, wenn

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{v}_k &= (\sigma - 1)\, h, \\ \mathfrak{v}_b &= (\gamma - 1)\, h. \end{aligned}\right.$$

Aus den äquivalenten Brückenverschiebungen $\mathfrak{v}_k$ und $\mathfrak{v}_b$ können also, wenn h, γ und σ klein sind, die Änderungsfaktoren γ und σ in einfachster Weise berechnet werden.[1])

Sind h, γ und σ nicht sehr klein, aber immer noch verhältnismäßig klein, so kann man die Gleichungen (9) durch Korrektionen verbessern. Es müssen vergrößert werden[2]) die gemessenen

$$(10)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{v}_k \text{ um } &-\frac{\pi^2}{12}\,\sigma^2\,(\gamma - \sigma)\,\frac{h^3}{l^2} \\ \mathfrak{v}_b \text{ „ } &+\frac{\pi^2}{12}\,\gamma^2\,(\gamma - \sigma)\,\frac{h^3}{l^2} \end{aligned}\right.$$

Setzt man die hiernach verbesserten Werte $\mathfrak{v}$ in die Gleichungen (9) ein, so ergeben sich verbesserte Werte von σ und γ.

Bei allen früheren Untersuchungen[3]) waren die durch (10) ergänzten Gleichungen (9) ausreichend. Anders bei den Messungen der vorliegenden Arbeit. Hier waren γ und besonders σ in einer Reihe von Fällen so groß, daß die nach (10) berechneten Korrektionsglieder sehr beträchtliche Werte annahmen, ja die Werte der durch sie zu korrigierenden Brückenverschiebungen $\mathfrak{v}$ überstiegen.

Ich bin daher bei der Berechnung meiner sämtlichen Versuche auf die ursprünglichen Gleichungen (5a) und (5b) zurückgegangen. Es sind dies zwei transzendente Gleichungen mit den Unbekannten γ und σ. Führt man für diese die neuen Unbekannten

---

[1]) Vergl. J. Wallot, Ann. d. Phys. **30**. p. 507 ff. 1909.
[2]) „ „ Ann. d. Phys. **36**. p. 685. 1911.
[3]) J. Wallot, l. c., J. Wallot u. K. Schäfer, Ann. d. Phys. **41**. p. 230. 1913.

(11) $$\xi = \sqrt{\gamma\sigma}, \quad \eta = \sqrt{\frac{\sigma}{\gamma}}$$

und für die durch die Versuche gegebenen Größen die Abkürzungen

(12) $$\operatorname{tg} \frac{2\pi (L-h)}{\lambda_k} = \frac{1}{p}; \quad \operatorname{tg} \frac{2\pi (L-h)}{\lambda_h} = \frac{1}{q},$$

(13) $$\frac{2\pi h}{\lambda_k} = A, \qquad \frac{2\pi h}{\lambda_h} = B$$

ein, so nehmen die Gleichungen (5) die folgende Gestalt an:

(14) $$\begin{cases} p = \eta \operatorname{tg} A\xi \\ q\,\eta = \operatorname{tg} B\xi \end{cases}$$

Hieraus läßt sich aber die eine Unbekannte η sofort eliminieren; man erhält nämlich durch Multiplikation der Gleichungen miteinander:

(15) $$p\,q = \operatorname{tg} A\xi \operatorname{tg} B\xi.$$

Wenn wir also noch die Abkürzungen

(16) $$\begin{cases} p\,q = P \\ B\xi = v \\ A\xi = \beta v, \text{ also } \beta = \dfrac{A}{B} = \dfrac{\lambda_h}{\lambda_k} \end{cases}$$

einführen, so ist unsere Aufgabe die, die transzendente Gleichung

(17) $$\operatorname{tg} \beta v \operatorname{tg} v = P$$

nach der Unbekannten v aufzulösen.

Dies kann graphisch oder rechnerisch geschehen. Bei der in der vorliegenden Arbeit allein angewandten graphischen Methode zeichnet man sich möglichst genau die Kurven

(18) und $$\begin{cases} y_1 = \log P - \log \operatorname{tg} \beta v \\ y_2 = \log \operatorname{tg} v; \end{cases}$$

der zu ihrem Schnittpunkt gehörende Wert v liefert eine Wurzel der Gleichung (17).

Hat man in dieser Weise die Hilfsgröße v gefunden, die zu den durch die Versuche gegebenen Größen P und β gehört, so folgen σ und γ leicht aus den Gleichungen

(19) $$\begin{cases} \sigma = \xi\eta = \dfrac{v \operatorname{tg} v}{qB} \\ \gamma = \dfrac{\xi}{\eta} = \dfrac{v}{\operatorname{tg} v} \cdot \dfrac{q}{B} \end{cases}$$

Wie bei der Ausrechnung im einzelnen verfahren wurde, soll im Zusammenhang mit dem Meßverfahren noch näher erörtert werden (S. 33 f.)

§ 4. Versuche.

1. Das Meßverfahren und seine Genauigkeit.

Das Verfahren zur Bestimmung der äquivalenten Brückenverschiebungen, aus denen die σ und γ berechnet werden müssen, ist das folgende:

Man nimmt auf dem Paralleldrahtsystem einen beliebigen Punkt als Nullpunkt an. Hier legt man eine Brücke über, sodaß das ganze System in sekundäres und tertiäres System geteilt ist. Das Ende des tertiären Systems wird ebenfalls überbrückt aus den früher angeführten Gründen. Mit Hilfe des induktiv gekoppelten Erregers von veränderlicher Schwingungsdauer erzeugt man dann an der Paralleldrahtleitung stehende Wellen, so daß stets ein Spannungsknoten an der Brücke, ein Spannungsbauch am offenen Ende der Drähte liegt. In das sekundäre System werden die zu untersuchenden Spulen eingeschaltet: und zwar mißt man zunächst den Einfluß der Spulen im Spannungsknoten bei verschiedenen Drahtabständen und dann bei den gleichen Drahtabständen im Spannungsbauch.

Eine einzelne Beobachtung mit Berechnung verlief etwa folgendermaßen:

Von den zu untersuchenden Drahtspulen wurden stets zwei einander gegenüber in das Drahtsystem eingeschaltet (in jeden der Paralleldrähte eine). Durch die Spannvorrichtung konnte die äußere Spulenlänge h stets genau eingestellt werden. War ein solches Spulenpaar z. B. im Knoten eingeschaltet, so wurde die Schwingungsdauer des Erregersystems so lange geändert, bis Primär- und Sekundärsystem in Resonanz waren, was am Aufleuchten einer am Spannungsbauch der Drahtleitung angelegten Heliumröhre zu erkennen war. Das nun folgende Einstellverfahren wurde bereits auf S. 12 f. beschrieben. Jede Abstimmung wurde viermal gemacht und daraus das Mittel genommen.

Darauf wurden die Spulen ersetzt durch gerade Drahtstücke; dadurch waren Primär- und Sekundärsystem nicht mehr in Resonanz. Nun wurde zunächst eine grobe Resonanz folgendermaßen erreicht: Der Kondensator wurde auf den Mittelwert der Einstellungen eingestellt, die sich bei eingebauter Spule ergeben hatten. Brücke und Erreger (der Erreger war ja mit samt seiner Unterlage parallel dem Drahtsystem verschiebbar) wurden dann langsam so lange dem Drahtsystem entlang verschoben, bis die Röhre anfing wieder aufzuleuchten. Der Längsabstand blieb hierbei annähernd konstant. Die dem Beginn des Aufleuchtens entsprechende Brückenverschiebung wurde am Drahtsystem abgemessen. Dann wurde die Brücke durch das Leuchten hindurch weiter verschoben, bis dieses wieder verschwand. Diese Brückeneinstellung wurde ebenfalls abgemessen. Aus der ersten und zweiten Brückeneinstellung wurde das Mittel gebildet und auf diesen Wert die Brücke

eingestellt. Der Längsabstand des Erregers von der Brücke wurde nun wieder genau so groß gemacht wie bei der Hauptabstimmung, wenn man unter Hauptabstimmung die Abstimmung mit eingesetzter Drahtspule versteht. Bei der nun folgenden eigentlichen Eichabstimmung waren meistens Primär- und Sekundärsystem schon in guter Resonanz. Ab und zu bedurfte es noch einer kleinen Brückenverschiebung nach der einen oder anderen Seite.

Um bei der Hauptabstimmung und bei der Eichabstimmung annähernd denselben Leuchtbereich zu haben, mußte meist noch der Kopplungsabstand variiert werden. Eine gute Uebereinstimmung der Leuchtbereiche der Hauptabstimmungen und der Eichabstimmungen wäre bei ideal konstruiertem Plattenkondensator nicht erforderlich gewesen, da ja die Kondensatoreinstellung von einem bestimmten Koppelungsabstand ab ziemlich konstant bleibt (siehe Seite 16), während sich der Leuchtbereich sehr wesentlich ändert. Mit Rücksicht auf die Fehler der Meßschraube schien es aber zweckmäßig, auch die Leuchtbereiche möglichst gut abzugleichen; denn sobald man die Haupt- und Eichversuche an derselben Stelle der Schraube mißt, fallen die Schraubenfehler weg. Immerhin wurde der Hauptwert auf möglichste Uebereinstimmung der Kondensatoreinstellungen gelegt.

Die noch übrig gebliebenen kleinen Differenzen wurden mit Hilfe der Empfindlichkeitskurve des Kondensators in Millimeter Brückenverschiebung umgerechnet.

Berechnung von γ und σ. Sind so die Werte von $\mathfrak{v}_k$ und $\mathfrak{v}_b$ bestimmt, so lassen sich aus den Gleichungen (9) sofort σ und γ genähert berechnen:

$$(20) \qquad \begin{cases} \sigma = \dfrac{\mathfrak{v}_k}{h} + 1, \\ \gamma = \dfrac{\mathfrak{v}_b}{h} + 1. \end{cases}$$

Aus diesen Werten lassen sich dann die Korrektionsglieder [Gl. (10)] für $\mathfrak{v}_k$ und $\mathfrak{v}_b$ bestimmen; da bei den vorliegenden Versuchen σ immer größer ist als γ, so wird das Korrektionsglied von $\mathfrak{v}_k$ stets positiv, das von $\mathfrak{v}_b$ stets negativ.

Benutzt man bei der Berechnung die genaueren Gleichungen (5), so sind aus $\mathfrak{v}_k$ und $\mathfrak{v}_b$ zunächst die Ausdrücke p und q zu bestimmen:

$$p = \operatorname{ctg} \frac{2\pi(L-h)}{\lambda_k}; \qquad q = \operatorname{ctg} \frac{2\pi(L-h)}{\lambda_b}$$

$$(21) \qquad \left.\begin{cases} \dfrac{\lambda_k}{4} = L_0 + h + \mathfrak{v}_k + \dfrac{b}{2} \\ \dfrac{\lambda_b}{4} = L_0 + h + \mathfrak{v}_b + \dfrac{b}{2} \end{cases}\right| \begin{array}{l} (L_0 = \text{Normallänge} \\ \quad = 184 \text{ cm}, \\ b = \text{Brückenlänge}) \end{array}$$

Das Verhältnis der beiden Wellenlängen λ_b/λ_k liefert den Wert β. Gibt man nun im Gleichungssystem (18) v alle möglichen Werte von 0° bis 90° und setzt in der ersten Gleichung dieses Systems für p und q die für jeden einzelnen Fall konstanten Werte ein, so erhält man aus der ersten Gleichung (18) mit Aenderung der Konstanten ein ganzes Kurvensystem, während die zweite Kurve immer dieselbe bleibt. So wurden die gesuchten v-Werte zunächst näherungsweise bis auf 15' bestimmt. Auf besonderen Blättern wurde dann jedesmal für den in Betracht kommenden Bereich von v der Maßstab der Aufzeichnung so vergrößert, daß die Werte von v bis auf 15'' abgelesen werden konnten.

Die Genauigkeit, mit der der Winkel v graphisch bestimmt werden muß, kann direkt nach den Gleichungen (19) abgeschätzt werden. Differentiert man diese nämlich, so erhält man

$$(22) \qquad \begin{cases} \dfrac{d\sigma}{\sigma} = \left(1 + \dfrac{2v}{\sin 2v}\right) \dfrac{dv}{v}, \\ \dfrac{d\gamma}{\gamma} = \left(1 - \dfrac{2v}{\sin 2v}\right) \dfrac{dv}{v}. \end{cases}$$

Hieraus ist ersichtlich, daß der prozentuale Fehler in σ bei nicht allzu großem v annähernd doppelt so groß ist als der prozentuale Fehler in v, während der letztere auf γ nur einen verschwindenden Einfluß ausübt.

Um ein Urteil über die *Genauigkeit der Resonanzeinstellungen* zu erhalten, wurde von einer größeren Anzahl von Abstimmungsgruppen (sowohl von den Hauptabstimmungen als auch von den Eichabstimmungen) der mittlere Fehler des Mittelwerts berechnet und dann unter Berücksichtigung des Fehlers der Eichgruppe für jede zu obigen Abstimmungsgruppen gehörende Brückenverschiebung der mittlere Fehler gesucht. Dieser war großen Schwankungen unterworfen. Bei Kondensator-Einstellungen mit kleiner Kapazität waren die Abweichungen wesentlich geringer als bei solchen mit großer Kapazität. Doch konnte durch eine geeignete Kombination der Einstellungen von Petrolfunkenstrecke und Induktorfunkenstrecke eine ziemlich große Konstanz der Kondensatoreinstellungen erreicht werden. Der maximale Fehler der Brückenverschiebung war $\pm$ 0,13 cm; der mittlere Fehler der einzelnen Messung $\pm$ 0,06 cm. Die größten Abweichungen der Einzelabstimmungen von einander betrugen 0,68; 0,59; 0,58 pro Mille der Wellenlänge. Bei den meisten Beobachtungen lagen die Abweichungen unter 0,5 pro Mille.

Natürlich hängt die Genauigkeit meiner Resultate nicht allein von der Einstellung ab. Wir werden uns später genötigt sehen, das Mittel zu nehmen aus Werten, deren Abweichungen von einander z. T. wesentlich größer sind, als sie es nach den reinen Einstellfehlern sein dürften. Vermutlich ist es mir trotz großer darauf verwandter Sorgfalt nicht immer gelungen, den Spulen

genau die Abmessungen zu geben, die von mir beabsichtigt waren und die in den Tabellen angegeben sind.

Aus den prozentualen Fehlern in v_k und v_b erhält man die prozentualen in σ und γ in bekannter Weise, indem man sie mit $\frac{\sigma-1}{\sigma}$ bezw. $\frac{\gamma-1}{\gamma}$ multipliziert. Große Änderungsfaktoren γ und σ sind also prozentisch ungefähr ebenso genau wie v_b und v_k, kleine etwas genauer.

Wurden vor jeder Abstimmungsgruppe die Funkenstrecken kontrolliert und auf die brauchbarste Entfernung eingestellt, und gewöhnte man sein Auge vor Beginn einer längeren Versuchsreihe an das Dunkel, so konnte man ohne besondere Schwierigkeiten in dem gut verdunkelten Zimmer die oben angegebene Genauigkeit erreichen.

Es wurden zur Berechnung sämtliche Versuchsergebnisse benützt. Selbstverständlich wurden solche Abstimmungen gestrichen, die infolge eines Kontaktfehlers oder wegen sonstiger Unregelmäßigkeiten im Primärkreis große Abweichungen von den anderen Werten ergaben. In diesem Falle wurde die ganze Abstimmungsgruppe wiederholt.

2. Ausführung der Versuche.

Die untersuchten Drahtspulen waren aus blankem Kupferdraht von 1,5, 2 und 3 mm Dicke. Außer der Dicke der Drähte wurden noch variiert: die äußere Länge der Spulen h und damit die Spulendrahtlänge l (innere Länge), ferner der Radius der Spulen R und die Ganghöhe g (Fig. 10).

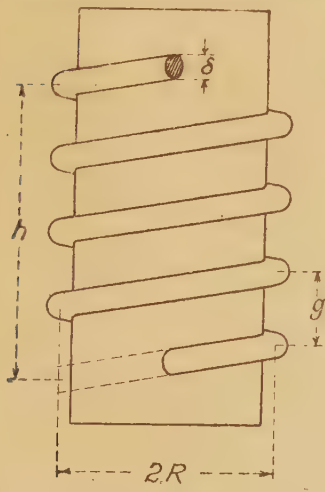


Fig. 10.

Da der verwendete Kupferdraht ziemlich hart war, so mußte er vor dem Wickeln ausgeglüht werden, damit die gewickelten Spulen nicht wieder aufsprangen. Nach dem Glühen wurde er gereckt und auf der Drehbank auf einen Messingzylinder aufgewickelt. Um eine möglichst regelmäßige Wicklung zu erzielen, wurde gleichzeitig mit dem Spulendraht ein dem erforderlichen Drahtzwischenraum entsprechender Draht halb um den Zylinder gelegt. Bei der Wicklung schob sich dieser Zwischendraht (die „Sperre") dem Zylinder entlang. Bei enger Wicklung und dickem Kupferdraht konnte als Sperre kein Draht mehr verwendet werden; es wurden dann Bleche gewählt von der entsprechenden Dicke, die nach Fig. 11 ausgefeilt waren, sodaß der Halbkreishalbmesser stets gleich dem Zylinderhalbmesser war. Bei der Wicklung war mir ein Gehilfe

Fig. 11.

der Werkstatt des Instituts behilflich. Der eine von uns führte den Spulendraht, der andere bediente die Maschine und leitete die Sperre. Sollte eine Spule hergestellt werden mit einer Spulenlänge h, mit N Windungen, dem Radius R und der Drahtdicke δ, so berechnete ich zuerst die zu dieser Spule gehörende Drahtlänge l und die Ganghöhe g nach den Formeln:

$$l = N\sqrt{4\pi^2R^2 + g^2}, \tag{23}$$

$$g = \frac{h}{N}. \tag{24}$$

Diese berechnete Länge wurde dann durch 2 Marken auf dem Draht abgetragen. Wurde alsdann der Draht auf der Drehbank auf einen Zylinder vom Radius R' aufgewickelt ($R' = R - \delta$), so lagen Anfangs- und Endmarke der abgetragenen Strecke auf einer und derselben Mantellinie des Zylinders. Dabei war der überstehende Drahtanfang noch festgeklemmt mit dem Zylinder in dem Futter der Drehbank; das freie Ende des Drahtes war noch festgehalten. Sobald dieses Ende freigelassen wurde, drehte sich natürlich die Spirale auf. Es wurde nun soviel Draht nachgewickelt, bis Anfang und Ende der Spule wieder auf derselben Mantellinie lagen. Die wahre Drahtlänge l war also etwas größer als die vorläufig berechnete.

Die äußere Länge h konnte, obwohl die Spiralen federten, immer mit Hilfe der Spannvorrichtungen genau eingestellt werden. Der Radius der Spule wurde jedesmal mit dem Kathetometer erst dann gemessen, wenn die Spule mit der erforderlichen äußeren Länge in das Paralleldrahtsystem eingespannt war. Die so gemessenen Radien sind in den Tabellen 14 bis 28 angegeben. Da h, l, R und N gemessen, g nach (24) berechnet war, lieferte (23) eine Probe auf die Richtigkeit der Bestimmung der Abmessungen.

Auf den Paralleldrähten wurden von 50 zu 50 cm kleine Marken angebracht, um die Brückenverschiebungen leichter messen zu können.

3. Zusammenstellung der Ergebnisse.

In den Tabellen 14 bis 22 sind die Versuchsergebnisse zusammengestellt. Dabei bedeuten

$2R$ den Spulendurchmesser,
h die Spulenlänge,
N die Windungszahl,
d den Abstand der Paralleldrähte,
$\mathfrak{v}_k$ und $\mathfrak{v}_0$ die äquivalenten Brückenverschiebungen,
σ und γ die Änderungsfaktoren [Gleichungen (2)],
$\mathfrak{s}$ und $\mathfrak{c}$ die Selbstinduktion und die Kapazität der Längeneinheit der Spulenpaare.

Tabelle 14.

$2R$	h	N	d	v_k	v_b	σ	γ	$\mathfrak{S}$	$\mathfrak{c}$
			$\delta = 0{,}15$		$g = 0{,}25$				
			5	29,12	3,08	15,76	2,53	264,8	0,1508
1,15	2	8	10	25,04	2,35	13,70	2,17	268,1	0,1108
			15	24,95	2,17	13,66	2,08	289,5	0,0982
			5	69,47	5,70	19,53	2,39	328,1	0,1424
1,16	4	16	10	60,58	4,28	16,94	2,05	331,5	0,1047
			15	55,49	3,24	15,54	1,79	329,3	0,0847
			5	102,20	9,33	19,99	2,47	335,8	0,1473
1,16	6	24	10	88,91	6,70	17,14	2,07	335,5	0,1057
			15	82,20	6,16	15,86	1,99	336,1	0,0938
			$\delta = 0{,}15$		$g = 0{,}40$				
			5	13,48	2,53	7,67	2,27	128,9	0,1349
1,15	2	5	10	11,69	1,63	6,81	1,81	133,3	0,0927
			15	10,16	1,42	6,06	1,71	128,4	0,0807
			5	29,73	4,56	8,66	2,13	145,5	0,1268
1,16	4	10	10	25,99	3,53	7,58	1,88	148,4	0,0958
			15	23,79	3,18	7,03	1,79	149,0	0,0844
			5	45,13	7,30	8,77	2,19	147,4	0,1306
1,18	6	15	10	39,27	5,84	7,70	1,96	150,8	0,1000
			15	35,45	5,16	7,06	1,85	149,6	0,0873

Tabelle 15.

$2R$	h	N	d	v_k	v_b	σ	γ	$\mathfrak{S}$	$\mathfrak{c}$
			$\delta = 0{,}20$		$g = 0{,}25$				
			5	31,09	3,10	16,80	2,54	282,2	0,1512
1,22	2	8	10	24,84	2,43	13,61	2,21	266,3	0,1130
			15	24,32	2,28	13,33	2,13	282,6	0,1007
			5	68,16	5,62	19,12	2,37	321,2	0,1412
1,21	4	16	10	58,71	4,96	16,62	2,22	325,3	0,1132
			15	53,42	3,55	14,95	1,87	316,9	0,0883
			5	100,75	9,65	19,68	2,53	330,6	0,1504
1,21	6	24	10	87,19	7,35	16,71	2,17	327,0	0,1107
			15	80,40	6,91	15,49	2,18	328,3	0,1028
			$\delta = 0{,}20$		$g = 0{,}40$				
			5	12,67	2,77	7,29	2,38	122,4	0,1418
1,21	2	5	10	10,92	2,26	6,44	2,13	126,1	0,1088
			15	9,90	1,94	5,95	1,97	126,1	0,0928
			5	28,42	5,30	8,20	2,31	137,7	0,1377
1,23	4	10	10	24,99	4,28	7,34	2,06	143,7	0,1054
			15	22,77	3,21	6,76	1,80	143,3	0,0848
			5	44,21	7,53	8,60	2,23	144,4	0,1329
1,21	6	15	10	37,81	5,88	7,47	1,97	146,1	0,1004
			15	34,48	5,75	6,88	1,95	145,8	0,0918

Tabelle 16.

$2R$	h	N	d	v_k	v_b	σ	γ	$\S$	$\mathfrak{c}$
				$\delta = 0{,}30$		$g = 0{,}33$			
			5	16,77	3,49	9,38	2,74	157,5	0,1633
1,31	2	6	10	14,48	2,82	8,14	2,40	159,3	0,1228
			15	13,14	2,32	7,52	2,16	159,4	0,1018
			5	38,70	6,37	10,93	2,57	183,5	0,1533
1,30	4	12	10	33,48	4,83	9,53	2,20	186,5	0,1122
			15	30,16	3,84	8,70	1,95	184,4	0,0921
			5	58,01	9,83	11,14	2,60	187,1	0,1546
1,30	6	18	10	50,24	7,32	9,69	2,19	189,7	0,1121
			15	45,97	7,00	8,93	2,14	189,3	0,1011
				$\delta = 0{,}30$		$g = 0{,}67$			
			5	4,30	2,95	3,15	2,48	52,88	0,1474
1,30	2	3	10	3,74	2,20	2,97	2,10	58,03	0,1073
			15	3,25	2,00	2,71	2,00	57,50	0,0945
			5	9,80	5,04	3,47	2,26	58,34	0,1344
1,30	4	6	10	9,15	4,55	3,29	2,14	64,33	0,1092
			15	8,28	3,54	2,85	1,88	60,32	0,0889
			5	16,40	8,67	3,75	2,44	62,96	0,1452
1,33	6	9	10	14,64	6,29	3,45	2,05	67,60	0,1045
			15	13,12	5,95	3,19	1,99	67,59	0,0938

Tabelle 17.

$2R$	h	N	d	v_k	v_b	σ	γ	$\S$	$\mathfrak{c}$
				$\delta = 0{,}15$		$g = 0{,}25$			
			5	97,17	7,68	54,59	4,74	917,1	0,2823
2,19	2	8	10	86,09	5,53	47,75	3,71	934,5	0,1896
			15	78,01	4,62	42,90	3,28	909,1	0,1546
			5	208,17	15,51	68,51	4,44	1150,9	0,2644
2,20	4	16	10	183,67	11,59	58,44	3,65	1143,1	0,1863
			15	170,00	10,50	52,98	3,43	1122,9	0,1618
				$\delta = 0{,}15$		$g = 0{,}40$			
			5	42,81	6,09	23,02	4,02	386,7	0,2392
2,18	2	5	10	34,64	4,40	18,65	3,19	364,9	0,1627
			15	34,30	3,84	18,45	2,91	391,1	0,1373
			5	99,52	11,96	27,43	3,87	460,8	0,2303
2,20	4	10	10	87,87	8,04	24,95	2,95	488,1	0,1505
			15	81,95	7,61	23,13	2,85	490,1	0,1344
			5	150,00	18,72	30,54	3,82	513,1	0,2276
2,22	6	15	10	129,97	12,85	26,02	2,99	509,0	0,1529
			15	121,77	12,23	24,07	2,92	510,2	0,1376

Tabelle 18.

$2R$	h	N	d	v_k	v_b	σ	γ	$\S$	ζ
			$\delta = 0{,}20$		$g = 0{,}25$				
			5	95,64	7,93	53,64	4,86	901,0	0,2893
2,25	2	8	10	83,08	5,66	45,87	3,78	897,2	0,1931
			15	75,70	4,87	41,46	3,40	878,6	0,1602
			5	206,30	16,65	67,50	4,69	1134,0	0,2793
2,21	4	16	10	181,10	12,29	57,35	3,81	1121,9	0,1947
			15	166,54	11,03	51,63	3,55	1094,2	0,1677
			$\delta = 0{,}20$		$g = 0{,}40$				
			5	42,20	6,14	22,68	3,94	381,0	0,2343
2,25	2	5	10	34,08	4,78	18,38	3,38	359,6	0,1725
			15	32,75	4,12	17,71	3,05	375,2	0,1438
			5	95,80	11,87	27,45	3,85	461,1	0,2293
2,20	4	10	10	83,37	9,27	23,52	3,25	460,1	0,1659
			15	76,87	8,09	21,58	2,97	457,3	0,1401
			5	142,63	17,86	28,90	3,73	485,4	0,2218
2,21	6	15	10	123,71	14,26	24,50	3,22	479,3	0,1645
			15	113,60	12,79	22,31	3,01	472,9	0,1420

Tabelle 19.

$2R$	h	N	d	v_k	v_b	σ	γ	$\S$	ζ
			$\delta = 0{,}30$		$g = 0{,}33$				
			5	54,56	8,53	29,35	5,21	493,0	0,3101
2,33	2	6	10	47,93	6,11	25,76	4,03	503,9	0,2057
			15	43,32	4,78	23,49	3,40	497,8	0,1606
			5	125,76	14,53	36,98	4,56	621,2	0,2715
2,33	4	12	10	107,42	11,26	31,00	3,69	606,4	0,1886
			15	96,80	9,58	27,57	3,31	584,3	0,1562
			5	188,48	24,16	40,80	4,50	685,3	0,2680
2,31	6	18	10	160,53	16,49	33,22	3,49	649,7	0,1782
			15	149,80	15,12	31,96	3,12	677,3	0,1471
			$\delta = 0{,}30$		$g = 0{,}67$				
			5	15,28	7,55	8,66	4,77	145,5	0,2839
2,33	2	3	10	13,21	4,79	7,55	3,39	147,7	0,1732
			15	11,99	4,16	6,92	3,08	146,6	0,1451
			5	37,66	11,13	10,61	3,75	178,2	0,2235
2,35	4	6	10	31,80	8,83	9,07	3,19	177,5	0,1628
			15	29,76	7,40	8,54	2,83	181,1	0,1337
			5	59,08	17,03	11,54	3,76	193,8	0,2240
2,33	6	9	10	50,71	11,95	9,76	2,95	190,9	0,1507
			15	46,34	10,70	8,99	2,75	190,6	0,1298

Tabelle 20.

$2R$	h	N	d	v_k	v_b	σ	γ	$\mathfrak{S}$	$\mathfrak{c}$
			$\delta = 0{,}15$		$g = 0{,}25$				
3,20	2	8	5	172,96	16,13	106,96	8,47	1796,8	0,5041
			10	152,80	11,38	91,98	6,40	1799,2	0,3267
			15	142,68	9,71	84,66	5,65	1794,3	0,2664
			$\delta = 0{,}15$		$g = 0{,}40$				
3,15	2	5	5	81,29	12,64	44,59	7,16	749,0	0,4261
			10	69,00	8,64	37,53	5,25	734,0	0,2680
			15	63,31	7,20	34,26	4,55	726,1	0,2148
3,26	4	10	5	186,97	24,33	60,15	6,38	1010,5	0,3799
			10	160,00	15,89	49,03	4,66	959,1	0,2378
			15	148,60	13,26	44,84	4,10	950,3	0,1933

Tabelle 21.

$2R$	h	N	d	v_k	v_b	σ	γ	$\mathfrak{S}$	$\mathfrak{c}$
			$\delta = 0{,}20$		$g = 0{,}25$				
3,30	2	8	5	168,50	17,25	103,25	8,98	1734,4	0,5348
			10	145,69	11,55	86,85	6,49	1698,9	0,3315
			15	134,20	10,25	78,66	5,92	1667,1	0,2791
			$\delta = 0{,}20$		$g = 0{,}40$				
3,30	2	5	5	80,95	13,36	44,42	7,51	746,2	0,4469
			10	67,75	9,29	36.81	5,57	720,0	0,2843
			15	62,97	7,98	34,01	4,93	720,9	0,2327
3,24	4	10	5	183,90	25,38	57,76	6,63	970,3	0,3949
			10	150,80	16,11	45,66	4,73	893,1	0,2417
			15	143,00	14,02	42,84	4,28	907,9	0,2020

Tabelle 22.

$2R$	h	N	d	v_k	v_h	σ	γ'	s	c
			$\delta = 0{,}30$		$g = 0{,}33$				
			5	101,39	17,91	56,66	9,61	951,8	0,5716
3,38	2	6	10	86,13	10,75	47,58	6,24	930,6	0,3189
			15	80,19	9,70	44,06	5,75	933,8	0,2711
			5	226,80	32,21	75,08	7,76	1261,2	0,4622
3,34	4	12	10	194,83	21,18	62,22	5,71	1217,1	0,2915
			15	183,00	17,86	57,56	5,04	1219,8	0,2379
			$\delta = 0{,}30$		$g = 0{,}67$				
			5	27,29	11,96	14,77	6,95	248,1	0,4136
3,40	2	3	10	24,00	8,35	13,14	5,15	257,0	0,2630
			15	23,64	7,53	12,90	4,75	273,5	0,2240
			5	73,54	23,38	20,34	6,67	341,7	0,3968
3,34	4	6	10	62,41	13,60	17,34	4,32	339,2	0,2209
			15	59,47	12,28	16,52	4,01	350,0	0,1891
			5	120,90	31,93	23,52	5,93	395,1	0,3532
3,37	6	9	10	102,17	19,54	19,74	4,08	386,0	0,2085
			15	94,79	17,33	18,19	3,75	385,6	0,1731

4. Diskussion der Ergebnisse.

Mein Plan war ursprünglich der gewesen, die äquivalenten Brückenverschiebungen für möglichst viele Spulenlängen zu messen und sie dann in ähnlicher Weise wie in früheren Arbeiten [1]) als lineare Funktionen der Spulenlänge darzustellen, um so die Selbstinduktion und die Kapazität der Längeneinheit unabhängig von dem „Endeinfluß" zu erhalten. Leider erwies sich dieser Plan bei den Abmessungen meiner Versuchsanordnung als undurchführbar. Die Selbstinduktion der Längeneinheit ist bei den von mir untersuchten Spulen so groß, daß ich mich auf die Spulenlängen 2, 4 und 6 cm beschränken mußte. Für so kurze Spulen ist jedoch die Abhängigkeit der Brückenverschiebungen von den Spulenlängen keineswegs linear, die Elimination der Endeinflüsse wäre also ziemlich willkürlich gewesen.

Ich beziehe mich daher im folgenden nicht auf die Brückenverschiebungen, sondern auf die Selbstinduktion und die Kapazität der Längeneinheit selbst, die nach den Gleichungen (2) aus den Änderungsfaktoren σ und γ und aus den Konstanten s_0 und c_0 der

[1]) J. Wallot, Ann. d. Phys. **36**. p. 681. 1911; J. Wallot und K. Schäfer, Ann. d. Phys. **41**. p. 230. 1913.

Paralleldrähte berechnet werden können. Für s_0 und c_0 gelten die Gleichungen (2ϱ = Dicke der Paralleldrähte):

$$(25)\quad \begin{cases} s_0 = 4 \ln \dfrac{d}{\varrho} = 4 \cdot 10^{-9} \ \dfrac{\text{Henry}}{\text{cm}} \\ c_0 = \dfrac{1}{4 \cdot 9 \cdot 10^{20} \ln \dfrac{d}{\varrho}} \ \dfrac{\text{sek}^2}{\text{cm}^2} = \dfrac{10^{-5}}{9} \cdot \dfrac{1}{4 \ln \dfrac{d}{\varrho}} \ \dfrac{\text{Mikrofarad}}{\text{cm}} \\ \qquad = \dfrac{1}{4 \ln \dfrac{d}{\varrho}} \text{ elektrost. Einh.} \end{cases}$$

Mit den hiernach berechneten Zahlenwerten

für d =	5 cm	10 cm	15 cm
$(s_0)_{\text{el. magn.}} = \left(\frac{1}{c^0}\right)_{\text{el. stat.}}$ =	16,798	19,571	21,194

erhält man die in den beiden letzten Spalten der Tab. 14—22 stehenden Zahlen. Die Kapazität ist also in elektrostatischem Maße ausgedrückt; die Größen s und c sind beide dimensionslos.

a) Selbstinduktion.

Aus den Tabellen geht zunächst das folgende hervor: Wenn eine Beziehung zwischen der Selbstinduktion der Längeneinheit s und dem Drahtabstand d besteht, so wird sie bei meinen Versuchen sicher durch Versuchsfehler vollständig überdeckt. Die Unregelmäßigkeit der Schwankungen läßt keinen andern Schluß zu, obgleich die Abweichungen der bei denselben Spulen, aber verschiedenen Drahtabständen gemessenen Werte [1]) die reinen Einstellfehler [2]) zum Teil beträchtlich übersteigen.

Ich habe daher für die Diskussion aus den bei verschiedenen Drahtabständen gefundenen Werten die Mittel genommen.

Die Hälfte jedes solchen Mittelwerts ist die Selbstinduktion der Längeneinheit der *einzelnen Spule*. In den 6. Spalten der folgenden Tab. 23—25 sind diese Werte eingetragen. In den fünf ersten Spalten stehen die Abmessungen der Spulen nach der Erklärung Seite 36. Auf den Inhalt der Spalten 7—10 werde ich weiter unten zurückkommen.

[1]) Diese Werte wurden nie unmittelbar nacheinander gewonnen; der Drahtabstand wurde immer erst geändert, nachdem sämtliche Spulen der betr. Länge untersucht waren.

[2]) Diese machen s höchstens um eine Einheit der Stelle unmittelbar vor dem Komma unsicher.

Tabelle 23.

δ	g	$2R$	h	N	$\dot{s}/2$ beob.	$\dot{s}/2$ nach Stefan ber.	ber./beob.	$\dot{s}/2$ nach Strasser ber.	ber./beob.
0,15	0,25	1,15	2	8	137,1	154,8	1,129	162,3	1,184
		1,16	4	16	164,8	95,5	0,579	102,9	
		1,16	6	24	167,9	—		—	
	0,40	1,15	2	5	65,1	60,5	0,929	72,1	
		1 16	4	10	73,8	37,3	0,505	53,0	
		1.18	6	15	74.6	—		—	
0 20	0,25	1,22	2	8	138,5	167,3	1,208	171,5	1,238
		1,21	4	16	160.6	119,2	0,742	123,7	
		1,21	6	24	164,3	—		—	
	0.40	1,21	2	5	62,4	64,4	1,032	72,9	
		1,23	4	10	70,8	50,2	0,709	63.3	
		1,21	6	15	72,7	—			
0,30	0,33	1,31	2	6	79,4	101,1	1,274	104,5	1.316
		1,30	4	12	92,4	85,9	0,929	90,7	
		1,30	6	18	94,3	—		—	
	0,67	1,30	2	3	28,1	24,9	0,888	29,8	
		1,30	4	6	30,5	21,5	0,704	29,7	
		1 33	6	9	33,0	—		—	

Tabelle 24.

δ	g	$2R$	h	N	$\dot{s}/2$ beob.	$\dot{s}/2$ nach Stefan ber.	ber./beob.	$\dot{s}/2$ nach Strasser ber.	ber./beob.
0,15	0,25	2,19	2	8	460,1	476,7	1,036	492,3	1,070
		2,20	4	16	569,5	597,5	1,049	618 8	1,087
								707 3	
	0,40	2,18	2	5	190,4	184,8	0,971	204,8	1,076
		2,20	4	10	239,8	233,4	0,973	255,8	1,067
		2,22	6	15	255,4	224,5	0,879	254,8	
0,20	0,25	2,25	2	8	446,1	489,5	1,097	498,6	1,118
		2,21	4	16	558,3	586,5	1,050	604,7	1,083
								740,0	
	0,40	2,25	2	5	186,0	191,2	1,028	205,4	1,104
		2,20	4	10	229,7	254,4	1,107	245,9	1,071
		2,21	6	15	239,6	229,4	0,957	242,0	
0,30	0,33	2,33	2	6	249,1	280,7	1,126	287,0	1,152
		2,33	4	12	302,0	356,8	1,181	362,4	1,200
		2,31	6	18	335,4	361,5	1,077	361,6	
	0,67	2,33	2	3	73,3	70,2	0,957	80,1	1,093
		2,35	4	6	89,5	90,6	1,013	101,0	1,128
		2,33	6	9	95,9	91,5	0,954	101,9	1,063

Tabelle 25.

δ	g	$2R$	h	N	$\mathfrak{s}$ 2 beob.	$\mathfrak{s}$ 2 nach Stefan ber.	ber./beob	$\mathfrak{s}$ 2 nach Strasser ber.	ber./beob.
0,15	0,25	3,2	2	8	898,4	891,6	0,992	914,0	1,017
								1348,1	
								1520,9	
	0,40	3,15	2	5	368,2	339,6	0,922	367,9	0,999
		3,26	4	10	486,7	468,5	0,963	496,4	1,020
								616,4	
0,20	0 25	3,30	2	8	850,1	920,5	1,083	936,0	1,101
								1277,7	
								1519,3	
	0,40	3,30	2	5	364,5	359,6	0,986	380,6	1 044
		3,24	4	10	461,9	455,7	0,987	476,7	1,032
								612,9	
0,30	0,33	3,38	2	6	469,4	521,4	1,111	537,7	1,133
		3,34	4	12	616,4	676,0	1,097	683,9	1,110
								874 0	
	0,67	3,40	2	3	129,8	131,8	1,016	146,9	1,132
		3,34	4	6	171,8	169,0	0,982	183,0	1,065
		3,37	6	9	194,5	193,7	0,996	208,0	1,069

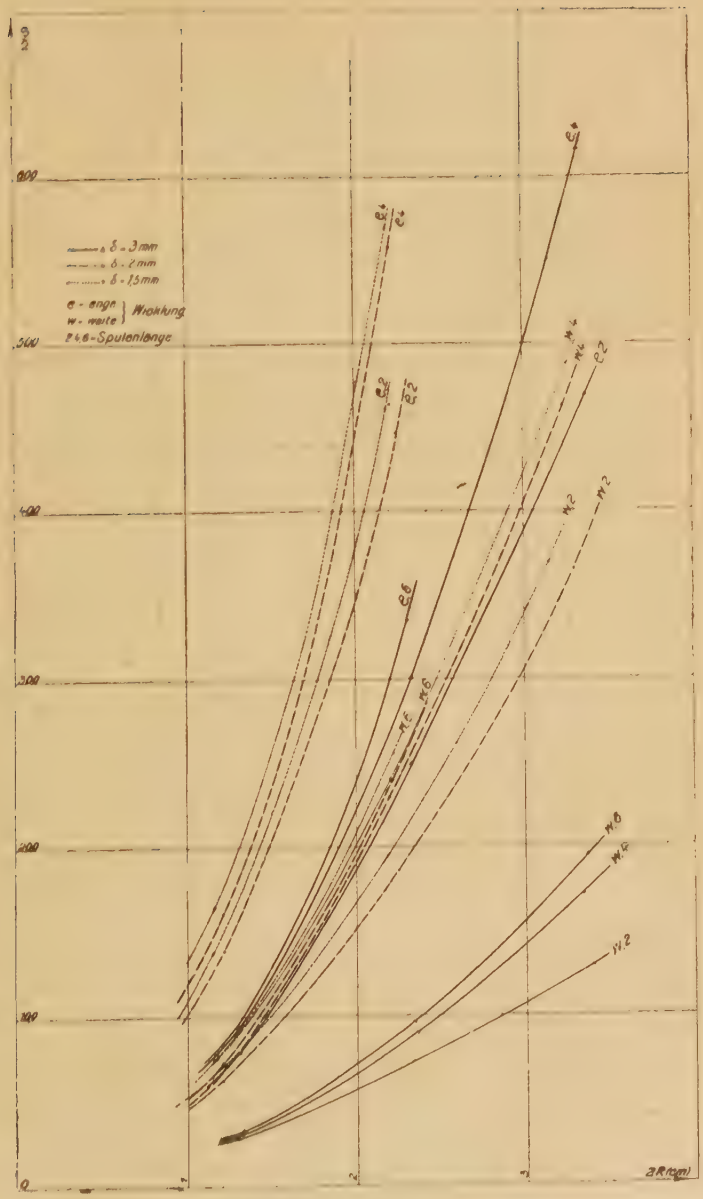
α. Veranschaulichung.

Die Fig. 12 und 13 sollen die Abhängigkeiten der gefundenen Werte veranschaulichen.

In Fig. 12 ist der Spulendurchmesser $2R$ Abszisse, die halbe Selbstinduktion der Längeneinheit $\mathfrak{s}/2$ Ordinate. „e“ bedeutet enge, „w“ weite Wicklung; die an die Kurven gesetzten Zahlen sind die Spulenlängen. Die zu den Drahtdicken 3, 2, 1,5 mm gehörenden Kurven sind beziehungsweise ausgezogen, gestrichelt, punktiert.

Man erkennt, daß $\mathfrak{s}$, wie zu erwarten, sehr stark mit der Dicke der Spule, also mit ihrer Querschnittsfläche, anwächst. Etwas ganz ähnliches gilt für die Abhängigkeit der Selbstinduktion von der Windungszahl: je enger die Wicklung, je kleiner also die Ganghöhe (je größer ihr reziproker Wert, die Zahl der auf die Spulenlänge 1 fallenden Windungen), um so höher die Selbstinduktion. Sehr groß ist auch der Einfluß der Drahtdicke; zum dünnern Draht gehört jedesmal die größere Selbstinduktion.

Die Abhängigkeit von der Spulenlänge h kann besser aus Fig. 13 ersehen werden, bei der h als Abszisse gewählt ist. Auch hier sind die zu gleichen Drahtdicken gehörenden Kurven in gleicher Weise ausgezogen, gestrichelt oder punktiert; e und w haben dieselbe Bedeutung wie früher, die Ziffern 1, 2 und 3 sind die Anfangsziffern der die Spulendicken angebenden Zahlen. Die



δ = 3 mm
δ = 2 mm
δ = 1,5 mm
e - enge
w - weite
Wicklung
24,6 - Spulenlänge
600
500
400
300
200
100
0
1
2
3
aR (cm)

Fig. 12.

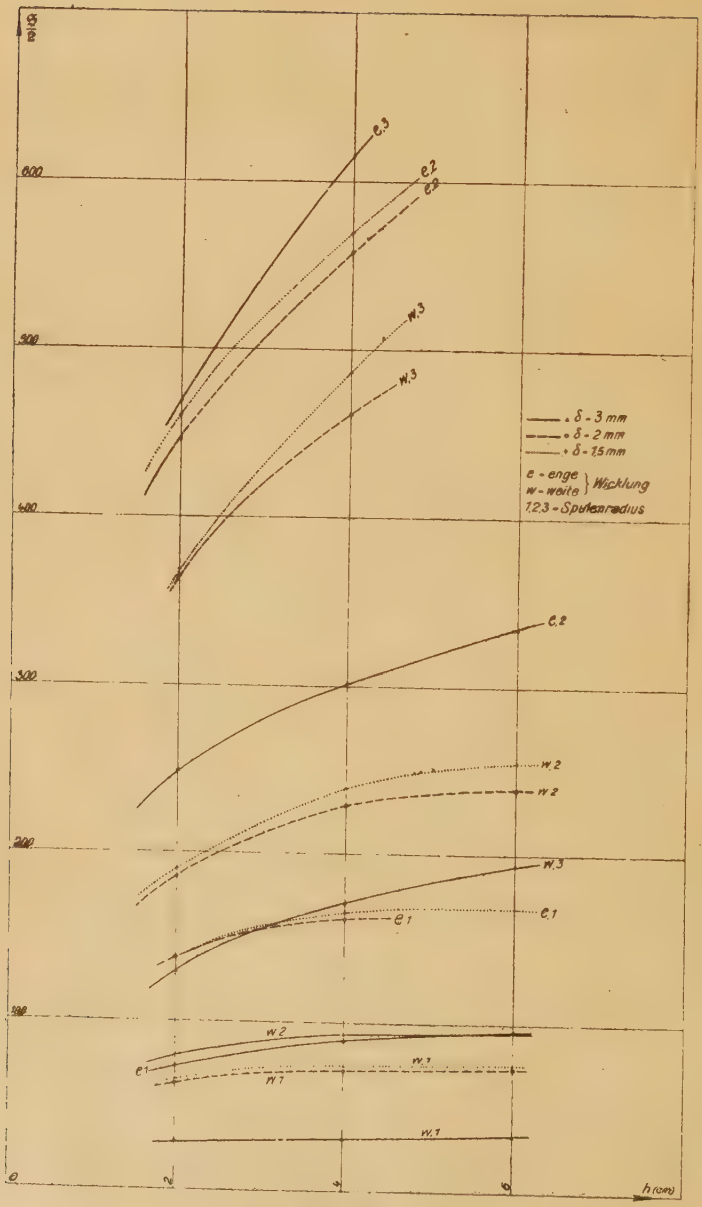

600
500
400
300
200
100
0
e 3
e 2
e 2
w 3
w 3
e 2
w 2
w 2
w 3
e 1
e 1
w 2
e 1
w 1
w 1
w 1
δ - 3 mm
δ - 2 mm
δ - 1,5 mm
e - enge
w - weite
Wicklung
1,2,3 - Spulenradius
h (cm)

Fig. 13.

Darstellung zeigt, daß mit wachsender Spulenlänge die Selbstinduktion der Längeneinheit — je kleiner ihr Wert ist, um so ausgesprochener — einem Grenzwert zustrebt.

β. Vergleich mit den Theorien.

Zur Berechnung der Selbstinduktion von Drahtspulen gibt es eine Reihe von meist ziemlich komplizierten Formeln, welche sämtlich Gültigkeit nur für einen beschränkten Bereich von Spulenabmessungen beanspruchen.[1])

Ich erwähne zunächst die einfachste Näherungsformel

$$S = \frac{4\pi^2 R^2 N^2}{h}, \tag{26}$$

in der S die Gesamtselbstinduktion der Spule, R den Spulenradius, h die Spulenlänge, N die Gesamtwindungszahl bedeutet. Sie gilt nur für eine im Vergleich zu ihrem Querschnitt lange Spule.

Wesentlich komplizierter ist die Formel von Stefan[2])

$$S = 4\pi R N^2 \left\{ \left(1 + \frac{3h^2 + \delta^2}{96R^2}\right) \ln \frac{8R}{\sqrt{h^2 + \delta^2}} - y_1 + \frac{h^2}{16R^2} y_2 \right\}. \tag{27}$$

Hier sind y_1 und y_2 Funktionen von δ/h, deren Werte aus einer Tabelle zu entnehmen sind. Die Formel setzt voraus, daß die beiden Dimensionen des Querschnitts des von dem Metall der Drahtwindungen erfüllten Ringes klein sind gegenüber dem mittleren Spulendurchmesser und daß dieser Querschnitt ein vollständig ausgefülltes Rechteck ist.

Drude hat für kurze Spulen mit wenig Windungen die aus der Stefanschen Formel sich ergebenden Werte verglichen mit den experimentell ermittelten; es ergaben sich dabei Abweichungen bis zu 20 %. Er hat deshalb für Spulen von höchstens 10 Windungen und großem Radius die Stefansche Formel verbessert.[3]) Er addiert zunächst nach Maxwell[4]) den Ausdruck $\ln g/\delta$ (g = Ganghöhe, δ = Drahtdicke), vernachlässigt ferner den Bruch $\delta^2 : 96\,R^2$ gegen 1, weil er stets viel kleiner ist als 1, und fügt schließlich noch eine empirische Korrektion Δ bei, so daß seine Formel für die Berechnung der Selbstinduktion die Form annimmt:

$$\frac{S}{2l} = N \left\{ \left(1 + \frac{h^2}{32R^2}\right) \ln \frac{8R}{\sqrt{h^2 + \delta^2}} - y_1 + \frac{h^2}{16R^2} y_2 \right\} + \ln \frac{g}{\delta} - \Delta. \tag{28}$$

Für die Werte von Δ gibt er eine Tabelle.

---

[1]) Die Abhängigkeit der Selbstinduktion von der Frequenz ist eine sehr geringe, so daß ich hier davon absehe.

[2]) J. Stefan, Wied. Ann. **22**. p. 107. 1884. Auf die Formeln von Maxwell und von Rayleigh gehe ich nicht näher ein.

[3]) P. Drude, Ann. d. Phys. **9**. p. 600—604. 1902.

[4]) Cl. Maxwell, Elektr. u. Magnet. 2. Aufl. **2**. p. 407. 1883. Vergl. auch G. Wiedemann, Lehre v. d. Elektr. 2. Aufl. **4**. p. 86. § 119.

Strasser[1]) hat darauf hingewiesen, daß die von Drude für sehr schnelle Schwingungen gefundenen Abweichungen der Stefanschen Formel gegenüber dem Experiment auch bei Untersuchungen mit langsamen Schwingungen auftreten. Er hat daher eine ganz neue Formel aufgestellt, in der die Stefansche Voraussetzung der gleichmäßigen Erfüllung des Windungsraums wegfällt:

$$(29)\quad \left\{\begin{aligned} S &= 4\pi R\left\{N\left(\ln\frac{2R}{\delta}+0{,}333\right)+N(N-1)\left(\ln\frac{8R}{g}-2\right)-A\right.\\ &\qquad \left.+\frac{g^2}{8R^2}\left[\left(3\ln\frac{8R}{g}-1\right)\frac{N^2(N^2-1)}{12}-B\right]\right\}\\ &= 4\pi RN\left\{\ln\frac{2R}{\delta}+0{,}333+f\,(g/R,\,N)\right\}\\ &= 4\pi RN\left\{\ln\frac{2R}{\delta}+0{,}333+\varphi\,(h/2R,\,N)\right\} \end{aligned}\right.$$

A und B sind Größen, die nur von der Windungszahl N abhängen und aus einer von Strasser angegebenen Tabelle entnommen werden können.

Die Formel ist abgeleitet unter der Voraussetzung, daß die Windungen Kreisgestalt haben, was für größere Ganghöhe nicht mehr zutrifft. Strasser weist jedoch experimentell mit der Wheatstoneschen Brückenanordnung für langsame Schwingungen nach, daß seine Formel selbst bei $g = 0{,}6\ R$ noch gute Werte für S liefert. Erst bei g nahe $= R$ treten Abweichungen auf. Die Länge der Spule darf bis zum Fünffachen des Halbmessers anwachsen, ohne daß sich größere Abweichungen zwischen den experimentellen und theoretischen Ergebnissen zeigten. Bei noch größerem h nimmt der berechnete Wert von S wieder ab, während er doch ansteigen sollte.

Esau[2]) hat zur bequemeren Berechnung der Selbstinduktions-Koeffizienten für die in der Strasserschen Formel auftretende Funktion $\varphi(h/2R, N)$ Tabellen aufgestellt und Kurven gezeichnet, die in dem Gebiet $h/2R = 0{,}6$ bis $1{,}75$ und $N = 2$ bis 30 brauchbar sind.

W. Lenz[3]) hat eingehende Studien gemacht über die Berechnung der Selbstinduktion von Spulen und eine Formel aufgestellt, die besonders für lange, enggewickelte Spulen gültig ist, d. h. wenn die Länge der Spule h groß ist gegenüber ihrem Durchmesser $2R$ und dieser wieder groß ist gegenüber ihrer Ganghöhe g. Da vor allem die erste Bedingung bei meinen Versuchen selten zutraf, so habe ich von einer numerischen Berechnung der Selbstinduktion nach dieser Formel abgesehen.

---

[1]) B. Strasser, Ann. d. Phys. **17**. p. 763. 1905.

[2]) A. Esau, Jahrb. d. drahtlosen Telegraphie u. Telephonie, 1912, 4. Heft, p. 378.

[3]) W. Lenz, Münchn. Diss. 1911, p. 74. Vergl. auch J. G. Coffin, Bull. Bur. of Stand. **2**. p. 351. 1906.

In den Tabellen 23 bis 25 sind die nach den Formeln von Stefan und Strasser berechneten Werte $s/2$ den gemessenen Werten zum Vergleich gegenübergestellt. Wo in den Spalten „ber." ein Strich gesetzt ist, ergeben die Formeln negative Werte für die Selbstinduktion. Das Verhältnis der berechneten zu den beobachteten Werten ist für die Formel von Strasser nur in den Fällen gebildet worden, in denen die Formel nach dem vorhin Gesagten gültig sein soll.

Aus den Zusammenstellungen geht hervor, daß die Abhängigkeit der Selbstinduktion von den Abmessungen der Spule *im allgemeinen* der theoretischen Vorhersage entspricht. Im einzelnen zeigen sich jedoch — auch bei den kürzeren Spulen, für welche die beiden theoretischen Formeln allein gelten sollen — zum Teil beträchtliche Abweichungen. Diese dürfen, wie eine graphische Aufzeichnung zeigt, nicht als bloße Meßfehler angesprochen werden (vgl. auch S. 42). Zum Teil hängen sie wohl damit zusammen, daß wir für die zu den Spulen führenden kurzen Verbindungsdrähte und die übrigen zu ihrer Befestigung dienenden Teile keine Korrektionen angebracht haben.

Für unsere Zwecke dürfte die gefundene Uebereinstimmung genügen. Denn die Messung der Selbstinduktion sollte ja nur eine Kontrollmessung sein für die Messung der Kapazität; bei dieser stimmen aber — von einer weiteren, sogleich zu besprechenden Schwierigkeit ganz abgesehen — die Theorien bis jetzt so wenig mit den Versuchen überein, daß die bei der Selbstinduktion beobachteten Abweichungen kaum in Betracht kommen dürften.

b) Kapazität.

Während bei der Selbstinduktion keine Abhängigkeit der gemessenen Werte von dem Drahtabstand zu erkennen war, nehmen die gemessenen Kapazitätswerte ausnahmslos deutlich mit zunehmendem Drahtabstand ab. Dabei ist der Abfall von $d = 5$ cm bis zu $d = 10$ cm regelmäßig größer als der von $d = 10$ cm bis zu $d = 15$ cm. Möglicherweise nähert sich also c bei Vergrößerung des Drahtabstandes einem Grenzwert; leider aber ist die Bestimmung dieses Grenzwerts aus meinen Messungen nicht möglich.

Ich habe trotzdem aus den 3 sich so stark voneinander unterscheidenden Werten jedesmal das Mittel gebildet und das Doppelte dieses Mittelwerts mit der Kapazität der einzelnen Spule verglichen, weil ich der Ansicht war, daß diese Mittelwerte wenigstens ein *ungefähres* Bild von der Abhängigkeit der Kapazität einer Spule von ihren Abmessungen geben können.[1]) Die Mittelwerte stehen in den 6. Spalten der Tab. 26–28.

---

[1]) **Anmerkung bei der Drucklegung (1919): Ueber eine einwandfreiere Methode der Zusammenfassung der zu verschiedenen Drahtabständen gehörenden Kapazitätswerte wird demnächst an anderer Stelle berichtet werden.**

Tabelle 26.

δ	g	$2R$	h	N	$2c$ beob.	$2c$ nach Drude ber.	ber./beob.	$2c$ nach Lenz ber.	ber./beob.
0,15	0,25	1,15	2	8	0,2398	0,1774	0,740	1,384	5,79
		1,16	4	16	0,2211	0,1014	0,459	1,396	6,33
		1,16	6	24	0,2312	0,0795	0,344	1,396	6,04
	0,40	1,15	2	5	0,2054	0,1774	0,864	0,754	3,67
		1,16	4	10	0,2046	0,1014	0,496	0,760	3,71
		1,18	6	15	0,2119	0,0803	0,379	0,773	3,65
0,20	0,25	1,22	2	8	0,2432	0,1868	0,768	2,299	9,44
		1,21	4	16	0,2285	0,1051	0,460	2,280	9,96
		1,21	6	24	0,2426	0,0811	0,374	2,280	9,39
	0,40	1,21	2	5	0,2289	0,1836	0,802	0,835	3,65
		1,23	4	10	0,2185	0,1064	0,487	0,849	3,88
		1,21	6	15	0,2167	0,0811	0,374	0,835	3,84
0,30	0,33	1,31	2	6	0,2586	0,1958	0,757	3,005	11,61
		1,30	4	12	0,2384	0,1117	0,469	2,982	12,50
		1,30	6	18	0,2452	0,0846	0,345	2,982	12,19
	0,67	1,30	2	3	0,2328	0,1944	0,835	0,529	2,27
		1,30	4	6	0,2216	0,1117	0,504	0,529	2,39
		1,33	6	9	0,2290	0,0854	0,373	0,541	2,37

Tabelle 27.

δ	g	$2R$	h	N	$2c$ beob.	$2c$ nach Drude ber.	ber./beob.	$2c$ nach Lenz ber.	ber./beob.
0,15	0,25	2,19	2	8	0,4176	0,2978	0,713	2,636	6,30
		2,20	4	16	0,4083	0,1709	0,419	2,648	6,50
						0,1317			
	0,40	2,18	2	5	0,3594	0,2977	0,828	1,428	3,97
		2,20	4	10	0,3435	0,1709	0,498	1,442	4,21
		2,22	6	15	0,3454	0,1243	0,360	1,454	4,19
0,20	0,25	2,25	2	8	0,4284	0,3053	0,713	4,239	9,89
		2,21	4	16	0,4277	0,1715	0,401	4,164	9,75
						0,1354			
	0,40	2,25	2	5	0,3670	0,3053	0,832	1,553	4,24
		2,20	4	10	0,3568	0,1709	0,479	1,518	4,25
		2,21	6	15	0,3522	0,1240	0,352	1,525	4,33
0,30	0,33	2,33	2	6	0,4509	0,3162	0,701	5,345	11,83
		2,33	4	12	0,4108	0,1795	0,437	5,345	12,98
		2,31	6	18	0,3955	0,1283	0,324	5,299	13,40
	0,67	2,33	2	3	0,4014	0,3162	0,788	0,949	2,36
		2,35	4	6	0,3466	0,1801	0,520	0,957	2,76
		2,33	6	9	0,3363	0,1282	0,381	0,949	2,82

Tabelle 28.

δ	g	$2R$	h	N	$2c$ beob.	$2c$ nach Drude ber.	ber./beob.	$2c$ nach Lenz ber.	ber./beob.
0,15	0,25	3,20	2	8	0,7314	0,4233 0,2465 0,1795	0,579	3,852	5,26
	0,40	3,15	2	5	0,6059	0,4184	0,691	2,064	3,40
		3,26	4	10	0,5407	0,2334	0,432	2,136	3,94
0,20	0,25	3,30	2	8	0,7636	0,4377	0,573	6,217	8,15
	0,40	3,30	2	5	0,6426	0,4377	0,681	2,277	3,54
		3,24	4	10	0,5590	0,2320	0,415	2,236	3,99
0,30	0,33	3,38	2	6	0,7746	0,4487	0,579	7,754	10,00
		3,34	4	12	0,6610	0,2381	0,360	7,662	11,58
	0,67	3,40	2	3	0,6004	0,4517	0,752	1,384	2,31
		3,34	4	6	0,5378	0,2381	0,443	1,360	2,52
		3,37	6	9	0,4925	0,1743	0,354	1,372	2,79

α. Veranschaulichung.

In Fig. 14 sind die gefundenen Werte $2c$ als Funktionen der Spulenlänge h aufgetragen. Die Bezeichnungen entsprechen vollständig den bei Fig. 13 benutzten.

Die Darstellung zeigt, daß die Kapazität der Längeneinheit nur bei kleinem Spulenradius (großem $h/2R$) von der Spulenlänge h einigermaßen unabhängig ist, bei dickeren Spulen dagegen mit zunehmender Spulenlänge beträchtlich abnimmt. Es ist ferner bemerkenswert, daß die Kurven fast ohne Überschneidung in der Weise aufeinander folgen, daß immer dem größeren Spulenradius und bei gleichem Radius immer der engeren Wicklung die größere Kapazität entspricht. Am geringsten ist der Einfluß der Drahtdicke.

β. Vergleich mit den Theorien.

Die erste Formel zur Berechnung einer Spulenkapazität, die ich finden konnte, ist die von P. Drude[1]). Er berechnet das elektrische Potential unter der vereinfachenden Annahme, daß die ganze Ladung der Spule auf zwei Kreislinien an ihren Enden (auf den beiden Endwindungen) konzentriert sei. Die sich ergebende Entwickelung nach Kugelfunktionen bricht er beim 2. Gliede ab und erhält so schließlich, indem er noch einen empirischen Faktor α zufügt, für die Gesamtkapazität der Spule die Formel (c = Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum):

[1]) P. Drude, Ann. d. Phys. **9**. p. 324. 1902.

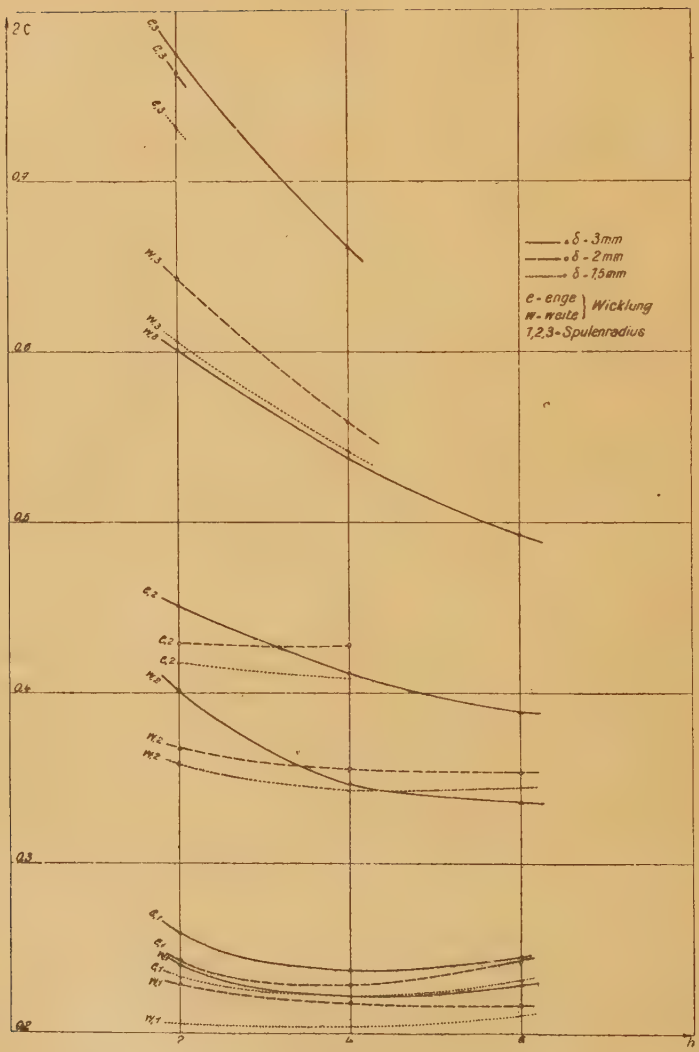


Fig. 14.

(30) $$C = \frac{2\alpha R}{c^2} \frac{2 + h^2/R^2 + R^2/h^2}{10 + 4h^2/R^2 + 3R^2/h^2}.$$

Der numerische Wert von α ist nicht sicher bestimmt; er kann aus einer Tabelle [1]) entnommen werden.

Später hat W. Lenz [2]) eine Formel für die Kapazität einer langen Spule mit engen Windungen abgeleitet. Sie lautet:

(31) $$C = -\frac{N}{12} \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\pi R}{v\Phi}$$

Dabei bedeutet

ε die Dielektrizitätskonstante des Mediums, in das die Spule eingebettet ist,

$$v = \frac{\pi \delta}{g}$$

und Φ eine Funktion von v, für die Lenz in seiner Arbeit eine Tabelle gibt. [3])

Nach beiden Formeln (30) und (31) habe ich für die von mir experimentell untersuchten Spulen die Kapazitäten berechnet. Die Φ-Werte der Lenzschen Formel wurden dabei graphisch bestimmt. Die Resultate stehen in den letzten Spalten der Tabellen 26—28. Um den Vergleich der Formeln mit meinen Messungen zu erleichtern, habe ich wie bei der Selbstinduktion jedesmal auch das Verhältnis der berechneten Werte zu den beobachteten gebildet.

Die Zusammenstellungen zeigen, daß keine der beiden Formeln die Versuche darzustellen vermag.

Von einem Vergleich der absoluten Werte müssen wir in Anbetracht der Art, wie unsere Mittelwerte gefunden sind, selbstverständlich absehen. Aber auch der Sinn, in dem sich die Kapazität bei Aenderung der Spulenabmessungen nach meinen Messungen ändert, stimmt, wenn überhaupt, nur ganz roh mit den Gesetzmäßigkeiten der Theorien überein.

Was zunächst die Drudesche Formel angeht, so kann sie ja auch in der Form

(32) $$c = \frac{C}{h} = \frac{2\alpha}{c^2} \frac{R}{h} f\,(h/R)$$

geschrieben werden. Hier ist f eine Funktion, die von dem Anfangswert $^1/_3$ (bei $h = 0$) langsam bis zu dem Minimum 0,234 (bei $h = 2R$) sinkt und dann allmählich bis zu dem Grenzwert $^1/_4$ (bei $h = \infty$) ansteigt. Für eine mehr qualitative Betrachtung können wir daher von f ganz absehen und als Inhalt der Drudeschen Gleichung den Satz aussprechen, daß die Kapazität der Längeneinheit nahezu dem Verhältnis R/h proportional sei.

---

[1]) l. c. p. 328.
[2]) W. Lenz, Ann. d. Phys. **37**. p. 923. 1912.
[3]) W. Lenz, ebenda p. 972.

Meine Versuche zeigen tatsächlich, daß die Kapazität der Längeneinheit einigermaßen proportional dem Spulenradius anwächst; aber von einer umgekehrten Proportionalität zur Spulenlänge ist, besonders bei den im Vergleich zur Dicke langen Spulen, gar keine Rede.

Besser gibt die Lenzsche Formel die Abhängigkeit von h und R wieder. Man kann sie offenbar auch in der Form schreiben:

$$c = \frac{C}{h} = -\frac{\varepsilon R}{12c^2 \delta \Phi}; \tag{33}$$

nach ihr soll also die Kapazität c dem Spulendurchmesser proportional, aber von der Spulenlänge unabhängig sein. In der Tat stimmt dies einigermaßen mit meinen Messungen, und zwar am besten für lange Spulen, für die die Formel in erster Linie gelten soll.

Dagegen entspricht die von Lenz gegebene Abhängigkeit der Kapazität von den übrigen Parametern (g und δ) offenbar in keiner Weise meinen Versuchsresultaten.

5. Einfluß eines Spulenkerns.

Obgleich die Untersuchung von Spulen mit Kernen eigentlich nicht im Plane dieser Arbeit lag, habe ich doch auch einige wenige Versuche angestellt mit Spulen, in die ein Dielektrikum eingefügt war. Als solches wählte ich Paraffin. Ich goß aus diesem Material Vollzylinder, die genau in die Spulen paßten, also einerseits an der Spule, andererseits an den Kupferdrähtchen K (Fig. 6) fest anlagen. Die Versuche wurden im Spannungsknoten und im Spannungsbauch angestellt. Zunächst wurde der Einfluß der Drahtspule ohne Paraffin auf die Schwingungsdauer des Paralleldrahtsystems bestimmt. Dann wurden die Spiralen wieder abgeschraubt, auf der einen Seite die Drähtchen K durch Erhitzen entfernt, der Paraffinzylinder in die Spirale eingeschoben, die vorher abgelöteten Drähtchen vorsichtig wieder angelötet und die Abstimmung wiederholt.

Der Versuch wurde gemacht mit einer Spule von 6 cm äußerer Länge; Drahtradius 1,68 cm; Ganghöhe 0,67 cm; Drahtdicke 0,3 cm; Drahtabstand 15 cm. Da im Spannungsknoten das magnetische Feld sein Maximum, das elektrische sein Minimum hat, so war zu erwarten, daß ein Dielektrikum im Spannungsknoten ohne Einfluß auf die Schwingungen ist. Die Versuche ergaben:

ohne Paraffin eine Brückenverschiebung von 101,68 cm,
mit „ „ „ „ 101,92 cm.
Differenz = 0,24 cm = 0,24 % der Brückenverschiebung.

Im Spannungsbauch war eher ein Einfluß des Dielektrikums auf die Eigenschwingungsdauer zu erwarten. Die Versuche ergaben:

$2R$	δ	g	h	d	v_0	Diff.	Bem.
3,58	0,3	0,33	6,0	10	{ 35,50 / 35,43 }	− 0,20 %	{ ohne / mit } Kern
3,52	0,2	0,25	6,0	10	{ 58,21 / 58,77 }	+ 0,96 %	{ ohne / mit } Kern

Die Abweichungen sind offenbar als Versuchsfehler anzusehen.

Daß der Einfluß des Dielektrikums nicht meßbar war, liegt wohl an seiner geringen Ausdehnung.

Zusammenfassung.

1. Die benutzte Methode zur Untersuchung der Selbstinduktion und der Kapazität von Drahtspulen besteht darin, daß man die Spulen das eine Mal in den Spannungsknoten, das andere Mal in den Spannungsbauch von elektrischen Wellen einschaltet, die an einem Paralleldrahtsystem erzeugt werden. Aus der dadurch hervorgerufenen Aenderung der Eigenschwingungsdauer des Systems können die Selbstinduktion der Längeneinheit und die Kapazität der Längeneinheit der Spulen berechnet werden.

2. Die Versuchsbedingungen können so gewählt werden, daß die Rückwirkung des Paralleldrahtsystems auf den Erreger verschwindend gering und ohne Einfluß auf die Meßresultate ist.

3. Beim Paralleldrahtsystem können lange überstehende Drahtenden zum Auftreten von Kopplungswellen (Schwebungen) Anlaß geben. Je fester das Sekundärsystem mit dem tertiären (den überstehenden Drahtenden) gekoppelt ist, um so deutlicher tritt die Erscheinung der Kopplungswellen auf. Die Doppelresonanz kann durch Ueberlegen einer Hilfsbrücke zum Verschwinden gebracht werden.

4. Die von mir gefundenen Werte für die Selbstinduktion der Längeneinheit stimmen mit den Formeln von Stefan und Strasser zum Teil ziemlich gut überein.

5. Die Kapazität der Längeneinheit wächst stark (fast proportional) mit dem Spulenradius, weniger stark mit der Enge der Windungen. Von der Spulenlänge ist sie bei (im Vergleich zum Durchmesser) langen Spulen wenig abhängig; bei dickeren Spulen nimmt sie mit wachsender Länge ab. Die Drahtdicke ist nur von sehr geringem Einfluß auf die Kapazität.

Die Formeln von Drude und Lenz für die Kapazität von Drahtspulen sind für die Darstellung meiner Versuchsresultate nur wenig geeignet.

Die vorliegende Arbeit wurde in der Zeit vom Januar 1912 bis zum März 1913 im physikalischen Institut der technischen Hochschule in Stuttgart ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht, dem Vorstande, Herrn Prof. Dr. K. R. v. Koch, der mir in entgegenkommendster Weise die Hilfsmittel des Instituts zur Verfügung stellte, meinen ergebensten Dank auszusprechen.

Herrn Privatdozent Dr. J. Wallot, der mir im Einverständnis mit dem Institutsvorstand die Ausführung dieser Untersuchung vorgeschlagen hat, bin ich für das rege Interesse und die wertvollen Ratschläge, mit denen er die Arbeit gefördert hat, zu großem Dank verpflichtet.

Inhalts-Uebersicht.

	Seite
Einleitung	5
§ 1. Versuchsanordnung	7
1. Induktorium und Teslatransformator	7
2. Meßkreis	8
3. Sekundärkreis	10
§ 2. Einstellverfahren und Fehlerquellen	12
1. Einstellverfahren	12
2. Einfluß des Längsabstandes	13
3. Einfluß des senkrechten Kopplungsabstandes	16
4. Einige Bemerkungen über die Elektroden der Petrolfunkenstrecke und über die Benutzung der Heliumröhre	18
5. Anomales Leuchten	19
6. Einfluß der überstehenden Drahtenden	20
§ 3. Theorie des Meßverfahrens	28
§ 4. Versuche	32
1. Das Meßverfahren und seine Genauigkeit	32
2. Ausführung der Versuche	35
3. Zusammenstellung der Ergebnisse	36
4. Diskussion der Ergebnisse	41
a. Selbstinduktion	42
α) Veranschaulichung	44
β) Vergleich mit den Theorien	47
b. Kapazität	49
α) Veranschaulichung	51
β) Vergleich mit den Theorien	51
5. Einfluß eines Spulenkerns	54
Zusammenfassung	55